

UNIwersytet Warszawski

SILNE I SŁABE
SOCZEWKOWANIE GRAWITACYJNE
W ZASTOSOWANIACH
ASTROFIZYCZNYCH I KOSMOLOGICZNYCH

Zuzanna Kostrzewa-Rutkowska

Rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem
dr. hab. Łukasza Wyrzykowskiego

Warszawa, 2013

Spis treści

Wstęp	5
1. Soczewkowanie grawitacyjne w teorii	11
1.1. Podstawy teoretyczne	11
1.1.1. Równanie soczewki	12
1.1.2. Wzmocnienie i zniekształcenie obrazów	14
1.1.3. Krzywa krytyczna i kaustyka – definicje	15
1.1.4. Opóźnienie	16
1.2. Klasyfikacja soczewkowania	17
1.3. Podstawowe modele soczewek grawitacyjnych	20
1.3.1. Pojedyncza punktowa masa	21
1.3.2. Model izotermicznej sfery – SIS	22
1.3.3. Model izotermicznej elipsoidy – SIE	23
1.4. Inne rozkłady	24
1.5. Zewnętrzne ścinanie	25
2. Źródła danych	27
2.1. <i>Millennium Simulation</i>	27
2.2. Projekty SDSS i CASSOWARY	29
2.3. Inne projekty	30
3. Słabe soczewkowanie grawitacyjne w <i>Millennium Simulation</i>	33
3.1. Przybliżenie Borna	35
3.2. Symulacja	43
3.3. Inne zastosowanie otrzymanych map kosmicznego ścinania	62
3.4. Wnioski	63
4. Soczewkowane supernowe na podstawie symulacji <i>Millennium</i>	67
4.1. Wykorzystanie <i>Millennium Simulation</i>	69
4.1.1. Rozkład prędkości wirialnych	70
4.1.2. Rozkład prawdopodobieństwa silnego soczewkowania gra- witacyjnego	72
4.1.3. Rozkład prawdopodobieństwa położenia soczewek grawi- tacyjnych	74
4.1.4. Rozkład zewnętrznego ścinania	75
4.2. Rozkłady supernowych	75
4.3. Symulacja soczewkowanych supernowych różnych typów	77

4.4. Wyniki symulacji w kontekście diagramu Hubble’a i różnych przeglądów nieba	84
4.5. Opóźnienie i <i>blending</i>	89
4.6. Wnioski	94
5. Modelowanie silnych soczewek grawitacyjnych	97
5.1. Modelowanie – opis	97
5.2. Analiza niepewności	105
5.3. Modele wybranych soczewek z katalogu CASSOWARY	108
5.3.1. Modele soczewek z literatury	108
5.3.2. Nowe soczewki	120
5.4. Parametry soczewek na podstawie modelowania próbki z katalogu CASSOWARY	124
5.5. Właściwości soczewkowanych źródeł z wybranych układów . . .	132
5.6. Wnioski	134
6. Podsumowanie	139
Dodatek A. Przygotowanie funkcji PSF oraz szumu	145
Dodatek B. Modele CSWA	147
Dodatek C. Tabela współczynników \vec{A} wyznaczonych dla zwiększonej wartości szumu	199
Spis rysunków	201
Literatura	205

Wstęp

Zjawisko soczewkowania grawitacyjnego badane jest dokładnie już od kilku dziesięcioleci, choć pierwsze wzmianki o wpływie grawitacji na światło można znaleźć w pracach Izaaka Newtona z początku XVIII wieku. W 1704 roku opublikował on pracę *Opticks*, drugą najważniejszą po *Principiach*, tym razem dotyczącą zagadnień optyki, w której zawarł zdanie: „Do not Bodies act upon Light at a distance, and by their action bend its Rays; and is not this action strongest at the least distance?”¹. Niecałe sto lat musiało upłynąć, aby ktoś zmierzył się ze śmiałym sądem Newtona. Na początku XIX wieku niemiecki matematyk i astronom Johann Soldner wydał pracę dotyczącą wpływu ugięcia światła na błąd wyznaczania kąтового położenia gwiazd. Opierając się na mechanice newtonowskiej, otrzymał wartość ugięcia dla promieni przechodzących bardzo blisko tarczy Słońca równą 0,85 sekundy łuku. Jednocześnie Soldner doszedł do wniosku, że wartość ta jest niewielka i nie jest konieczne branie jej pod uwagę przy obserwacjach ciał niebieskich. W 1911 roku Albert Einstein, nie znając prac Soldnera, otrzymał ponownie tę samą wartość. Kilka lat później, mając już gotową Ogólną Teorię Względności (1915), Einstein stwierdził, że obliczona wartość jest jednak dwa razy za mała. Pierwsze obserwacyjne dowody zjawiska soczewkowania pojawiły w roku 1919, kiedy podczas zaćmienia Słońca Arthur Eddington sfotografował gwiazdy widoczne wtedy niedaleko zasłoniętej tarczy Słońca. Zmiana położenia gwiazd przemawiała za ostatecznie przeprowadzonymi przez Einsteina obliczeniami. Einstein uważał jednak, że współczesne jemu teleskopy nie są w stanie obserwować ugięcia światła gwiazdy przez inną gwiazdę (poza Słońcem) z powodu niedużej rozdzielczości kątowej instrumentów. W 1937 roku Fritz Zwicky opublikował artykuł, w którym sugerował możliwość obserwacji wielokrotnych obrazów przy rozpatrzeniu soczewkowania przez obiekty o znacznie większej masie niż gwiazdy, na przykład galaktyki (wtedy były to jeszcze pozagalaktyczne *nebulae* – obłoki). Do końca lat siedemdziesiątych pojawiały się kolejne prace dotyczące teorii soczewkowania grawitacyjnego oraz ewentualnych zastosowań zjawiska w badaniach (np. praca Sjura Refsdala z roku 1964 wzmiankująca o potencjalnych obserwacjach soczewkowanych supernowych). W roku 1979 zaobserwowano pierwszy soczew-

¹Czyż Ciała nie działają na Światło z oddali, i przez działanie uginają jego Promienie; czyż to działanie nie jest największe najbliżej?

kowany kwazar (Walsh i in. 1979). Źródło 0957+562 znalezione w radiowym przeglądzie miało dwa optyczne odpowiedniki odległe od siebie o około 6 sekund łuku, położone na przesunięciu ku czerwieni $z \sim 1,4$. Podobieństwo widm i stosunek strumieni optycznych oraz radiowych, a także wykrycie galaktyki (położonej na przesunięciu ku czerwieni $z \sim 0,36$), potwierdziły przypuszczenie, że jest to układ, w którym obserwowano soczewkowanie grawitacyjne. Obserwacje kolejnych zjawisk soczewkowania grawitacyjnego były już tylko kwestią czasu.

Dziś soczewkowanie obserwowane jest w różnych skalach począwszy od słabego efektu pochodzącego od wielkoskalowych struktur materii i gromad galaktyk poprzez silne soczewkowanie galaktyk i kwazarów przez galaktyki, kończąc aż na mikrosoczewkowaniu gwiazd, a nawet planet. Nie należy też zapominać o obserwacjach wielkich łuków w gromadach galaktyk czy mikrosoczewkowaniu kwazarów. Warto zwrócić również uwagę na typowy czas trwania tego typu zjawisk. I tak dla przykładu mikrosoczewkowanie gwiazd w Galaktyce można obserwować przez kilka godzin do kilku miesięcy, natomiast silne soczewkowanie galaktyk jest zjawiskiem właściwie niezmiennym w czasie. Jak widać, soczewkowanie grawitacyjne jest bardzo szeroką dziedziną współczesnej astronomii i nie jest wręcz możliwe poruszenie wszystkich aspektów tego zjawiska w jednej rozprawie. Dlatego też uwaga zostanie skupiona na kilku wybranych zagadnieniach, głównie dotyczących słabego i silnego soczewkowania.

Jednocześnie taki ogrom podtypów omawianego zjawiska umożliwia jego zastosowanie w wielu różnych problemach współczesnej astrofizyki i kosmologii. Kilka najważniejszych za chwilę zostanie tu przytoczonych. Pomiar masy i jej rozkładu we Wszechświecie oraz szczegółowo w gromadach galaktyk i samych galaktykach jest możliwy dzięki temu, że uginanie promieni świetlnych w polu grawitacyjnym jest niezależne od natury materii i jej stanu. Soczewkowanie grawitacyjne jest jednakowo czułe na materię ciemną jak i świecąca, a także materię w stanie równowagi i będącą w stanie dalekim od niej. Pomiar masy jest zwykle szeroko dyskutowany przy słabym jak i silnym soczewkowaniu. Również statystyczny pomiar prawdopodobieństwa mikrosoczewkowania daje możliwość oszacowania koncentracji masywnych obiektów w ciemnym halo naszej Galaktyki (Wyrzykowski i in. 2011). Soczewkowanie grawitacyjne to także pomiar opóźnienia pomiędzy poszczególnymi obrazami, a co za tym idzie możliwość badania parametrów kosmologicznych (np. stałej Hubble’a w pomiarach silnego soczewkowania – Koopmans i in. 2003). Także w ramach słabego soczewkowania możliwe jest określenie parametru gęstości

materii czy wielkości fluktuacji tejże gęstości (Hoekstra i Jain 2008). Pomiary kosmicznego ścinania powinny doprowadzić za to do sprawdzenia równania stanu ciemnej energii (Heymans i in. 2012). Wielokrotnie wykorzystywaną własnością soczewkowania grawitacyjnego jest wzmocnienie obrazów soczewkowanych źródeł. Obserwatorzy są w stanie zobaczyć obiekty, które zwykle znajdują się poza progiem detekcji albo byłyby bardzo słabe i zaszumione. Obserwacje obiektów o małej jasności i położonych daleko najczęściej wykonuje przy bardzo długich czasach naświetlania. Soczewkowanie grawitacyjne jest kolejną metodą umożliwiającą dotarcie na przykład do słabych, niewielkich i małowasywnych galaktyk, nie wymagając przy tym głębokich obserwacji (np. Marshall i in. 2007). Wspomniane już wcześniej mikrosoczewkowanie używane jest też do poszukiwania planet nienależących do Układu Słonecznego. Krzywa zmian blasku dla przypadków mikrosoczewkowania w Galaktyce może się różnić od klasycznej krzywej Paczyńskiego w przypadku istnienia dodatkowych ciał w układzie (może to być układ gwiazd podwójnych bądź układ gwiazda + planeta). Oczywiście dla planet różnice w kształcie krzywych będą bardzo subtelne, a dodatkowym utrudnieniem jest bardzo krótka skala czasowa zjawiska, niemniej detekcja planet za pomocą mikrosoczewkowania grawitacyjnego jest możliwa, czego dowodem są planety odkrywane w przeglądach OGLE (Udalski i in. 2005) i MOA (Gaudi i in. 2008).

Rozprawa ta ma na celu przybliżenie różnych zastosowań zjawiska soczewkowania grawitacyjnego w astrofizyce i kosmologii. W rozdziale 1 pokazana zostanie sama idea zjawiska soczewkowania grawitacyjnego oraz wprowadzone zostaną podstawowe pojęcia i fundamentalne równania z nim związane. Rozdział 2 skupi się na przedstawieniu krótkich informacji na temat źródeł danych wykorzystanych przy tworzeniu tej pracy. Następne trzy rozdziały stanowią główną część rozprawy. W rozdziale 3 opisano zastosowanie kosmologicznej symulacji *Millennium* w badaniu słabego soczewkowania grawitacyjnego. Rozdział 4 prezentuje wyniki symulacji silnie soczewkowanych supernowych różnych typów we Wszechświecie, a także możliwości ich obserwacji. Pokazane zostanie kolejne zastosowanie wspomnianej symulacji *Millennium*. Przedstawiony zostanie również wpływ obserwacji soczewkowanych supernowych typu Ia na diagram Hubble’a. Ostatni z głównych rozdziałów, rozdział 5, zawiera wyniki modelowania układów silnego soczewkowania grawitacyjnego. Układy galaktyk silnie soczewkowanych przez inne galaktyki są znajdowane w różnych przeglądach, tym razem posłużono się bazą danych SDSS. Modelowanie silnego soczewkowania grawitacyjnego galaktyk jest jak na razie dużym wyzwaniem,

m.in. ze względu na konieczność jednoczesnego uwzględnienia światła pochodzącego od soczewki oraz źródła, które dla tego drugiego obiektu jest zwykle bardzo słabe. Wyniki takiego modelowania mogą posłużyć do badania własności galaktyk, tak samo soczewek jak i źródeł. Na zakończenie w rozdziale 6 znajduje się krótkie podsumowanie przeprowadzonych badań.

Oznaczenia

W poniższej pracy zostaną użyte następujące oznaczenia na stałe przyrody oraz najczęściej powtarzające się parametry:

- c - prędkość światła
- G - stała grawitacji
- Ω_{M} - bezwymiarowa gęstość materii we Wszechświecie
- Ω_{Λ} - bezwymiarowa gęstość ciemnej energii we Wszechświecie
- H_0 - stała Hubble'a
- h - bezwymiarowa stała Hubble'a

1. Soczewkowanie grawitacyjne w teorii

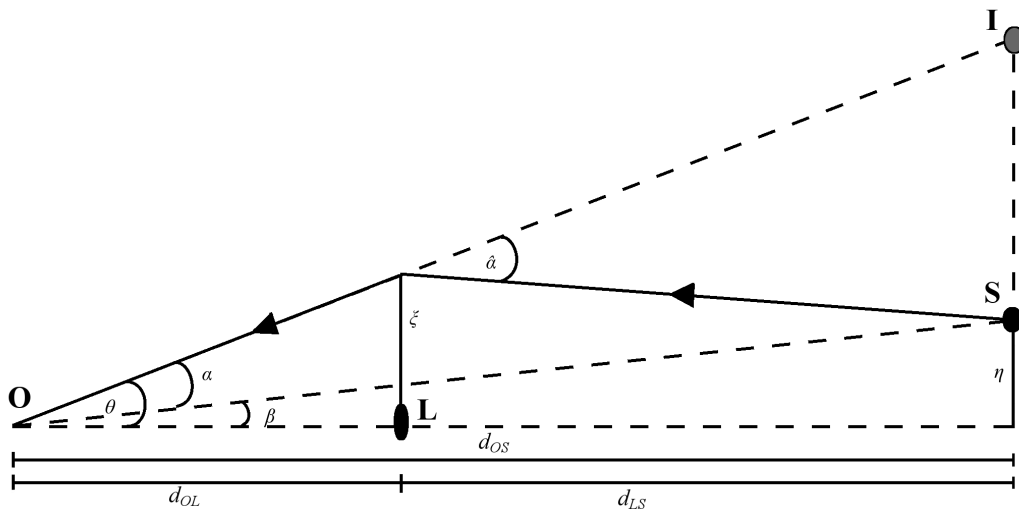
W rozdziale tym zostaną pokrótce przedstawione teoretyczne podstawy soczewkowania grawitacyjnego wraz z kluczowymi dla tego zjawiska pojęciami. Zjawisko to jest bardzo szerokie, więc będzie to tylko wybór najważniejszych własności oraz praktycznych zastosowań w astronomii. Znaczna część tego fragmentu pracy powstała na podstawie informacji zawartych w książce „Gravitational Lensing” (Schneider, Ehlers i Falco 1992) oraz serii wykładów „Saas-Fee Lectures” (Schneider, Kochanek i Wambsganss 2006) i tam należy szukać dalszych referencji lub szczegółów.

1.1. Podstawy teoretyczne

Na gruncie Ogólnej Teorii Względności (OTW) sformułowanej przez Alberta Einsteina można stwierdzić, że promienie świetlne poruszają się po krzywych geodezyjnych w czterowymiarowej czasoprzestrzeni (Einstein 1916). Rozważając sferycznie symetryczną masę, obok której przebiega promień świetlny, kąt ugięcia α wyraża się wzorem:

$$\alpha(\xi) = \frac{4GM}{c^2\xi}, \quad (1)$$

gdzie ξ jest parametrem zderzenia, o wartości znacznie większej niż promień Schwarzschilda R_s dla masy M uginającej promienie ($\xi \gg R_s = 2GM/c^2$). Warto zwrócić uwagę, że otrzymana wartość jest dwa razy większa niż wynika to z rachunków w mechanice newtonowskiej. W związku z warunkiem $\xi \gg R_s$, wartość kąta ugięcia α jest niewielka, $\alpha \ll 1$. To z kolei ma związek z niewielką wartością siły grawitacyjnej w polu newtonowskim. Równanie pola w OTW może być zlinearyzowane jedynie, gdy opisywane przez nie pole grawitacyjne jest słabe. Wtedy też kąt ugięcia pochodzący od wszystkich punktowych przyczynków składających się na soczewkującą masę jest sumą kątów ugięcia wywołanych przez poszczególne elementy masy. Promień jest uginany, ale przy założeniu małego ugięcia można ten promień w pobliżu badanej masy przybliżyć linią prostą. Taką soczewkę grawitacyjną nazywa się *geometrycznie cienką*. Odchylenie promienia jest małe w porównaniu ze skalami, na jakich zmienia się znacząco rozkład masy soczewki. Takie założenie jest słuszne dla większo-



Rysunek 1. Typowe przedstawienie geometryczne zjawiska soczewkowania grawitacyjnego. Zaznaczono obserwatora (**O**), soczewkę (**L**) oraz źródło (**S**) i jego obraz (**I**). Światło emitowane przez źródło jest uginane pod kątem $\hat{\alpha}$ w wyniku działania potencjału grawitacyjnego soczewki. Kąt β pokazuje rzeczywistą odległość kątową pomiędzy osią optyczną a źródłem, natomiast kąt θ wskazuje obserwowaną odległość pomiędzy osią optyczną a powstałym obrazem. Jako ξ oznaczono parametr zderzenia, natomiast η jest odległością źródła od osi optycznej. Zaznaczono również wzajemne odległości na podstawie rozmiarów kątowych pomiędzy obserwatorem, soczewką i źródłem, d_{OL} , d_{OS} , d_{LS} .

ści przypadków obserwowanego soczewkowania grawitacyjnego (za wyjątkiem słabego soczewkowania, kiedy to materia wypełnia całą przestrzeń pomiędzy źródłem a obserwatorem). W płaszczyźnie soczewki można wprowadzić współrzędne $(\xi_1; \xi_2)$, wtedy też wektor $\vec{\xi}$ staje się dwuwymiarowy. Kąt ugięcia, $\hat{\alpha}(\vec{\xi})$, można zapisać przy użyciu gęstości powierzchniowej masy soczewki $\Sigma(\vec{\xi})$:

$$\hat{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int_{\mathbb{R}^2} d^2 \vec{\xi}' \Sigma(\vec{\xi}') \frac{\vec{\xi} - \vec{\xi}'}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2}. \quad (2)$$

1.1.1. Równanie soczewki

Podstawowym równaniem dla soczewkowania grawitacyjnego jest *równanie soczewki*. Rysunek 1 przybliża typową sytuację dla zjawiska soczewkowania grawitacyjnego: soczewkująca masa znajduje się na przesunięciu ku czerwieni z_L w odległości zmierzonej na podstawie rozmiarów kątowych d_{OL} od obserwatora, natomiast badane źródło na z_S w odległości d_{OS} . Zaproponowane przedstawienie graficzne jest jedynie przybliżeniem rzeczywistej sytuacji, kiedy to trajektoria fotonu jest gładka. Takie przybliżenie jest jednak słuszne do chwili, gdy rozmiar soczewkującej masy wzdłuż linii widzenia jest dużo

mniejszy od wzajemnych odległości pomiędzy obserwatorem a soczewką d_{OL} oraz soczewką a źródłem d_{LS} (co jest prawdziwe dla większości astrofizycznych przypadków, wystarczy porównać odległości do galaktyk czy gromad galaktyk z ich wewnętrznymi rozmiarami). Równanie soczewki wiąże ze sobą prawdziwe położenie źródła z obserwowaną pozycją na niebie. W tym momencie konieczne jest również zdefiniowanie kilku pojęć, które będą za chwilę przydatne. I tak płaszczyzna źródła i soczewki są określone jako powierzchnie prostopadłe do osi optycznej (linii łączącej obserwatora z soczewką). Natomiast jako $\vec{\eta}$ oznacza się współrzędne źródła w płaszczyźnie źródła (zmierzone w stosunku do punktu przecięcia osi optycznej z płaszczyzną źródła), dodatkowo definiuje się również współrzędne katowe, $\vec{\beta}$ i $\vec{\theta}$: $\vec{\beta}d_{OS} = \vec{\eta}$ oraz $\vec{\theta}d_{OL} = \vec{\xi}$. Równanie soczewki przyjmuje więc formę:

$$\vec{\eta} = \frac{d_{OS}}{d_{OL}}\vec{\eta} - d_{LS}\hat{\alpha}(\vec{\eta}), \quad (3)$$

którą można przekształcić do postaci:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \frac{d_{LS}}{d_{OS}}\hat{\alpha}(d_{OL}\vec{\theta}) = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}). \quad (4)$$

Interpretacja równania (4) jest zgodna rysunkiem 1. Źródło, którego prawdziwa pozycja na niebie to $\vec{\beta}$, będzie obserwowane w wyniku ugięcia promieni świetlnych o kąt $\vec{\alpha}$ w pozycji $\vec{\theta}$. Wielkość $\vec{\alpha}$ występuje teraz jako „przeskalowany” kąt ugięcia i zdefiniowana jest równaniem przy użyciu konwergencji, κ , oraz powierzchniowej gęstości krytycznej masy, Σ_{crit} :

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vec{\theta}' \kappa(\vec{\theta}') \frac{\vec{\theta} - \vec{\theta}'}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}'|^2}, \quad (5)$$

$$\kappa(\vec{\theta}) \stackrel{def}{=} \frac{\Sigma(d_{OL}\vec{\theta})}{\Sigma_{crit}}, \quad (6)$$

$$\Sigma_{crit} \stackrel{def}{=} \frac{c^2}{4\pi G} \frac{d_{OS}}{d_{OL}d_{LS}}. \quad (7)$$

Jeżeli równanie (4) ma więcej niż jedno rozwiązanie dla zadanego $\vec{\beta}$, oznacza to, że dla źródła w pozycji $\vec{\beta}$ widoczny będzie więcej niż jeden obraz. Jest to przejaw jednej z podstawowych własności teorii soczewkowania grawitacyjnego – nieliniowości równania soczewki. Z tego powodu łatwo daje się znaleźć odwzorowanie $\vec{\theta} \rightarrow \vec{\beta}$ dla dowolnego rozkładu masy, ale operacja odwrotna wymaga podejścia numerycznego (z wyjątkiem kilku konkretnych rozkładów

masy, takich jak punktowa masa lub osobliwa izotermiczna sfera). Co więcej, w podejściu odwrotnym dla zadanego $\vec{\beta}$ nie jest znana z góry liczba obrazów.

Jednocześnie kąt α może zostać wyrażony poprzez dwuwymiarowy gradient potencjału grawitacyjnego ψ pochodzącego od soczewkującej masy:

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \nabla \psi(\vec{\theta}), \quad (8)$$

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\vec{\theta}' \kappa(\vec{\theta}') \ln(|\vec{\theta} - \vec{\theta}'|). \quad (9)$$

Czyli odwzorowanie $\vec{\theta} \rightarrow \vec{\beta}$ następuje poprzez gradient potencjału.

1.1.2. Wzmocnienie i zniekształcenie obrazów

Dla źródeł wyraźnie mniejszych od skal, w których zmieniają się własności soczewki grawitacyjnej, odwzorowanie można lokalnie zlinearyzować. Zniekształcenie obrazów może więc zostać opisane macierzą Jacobiego A dla małych kątów ugięcia:

$$A(\vec{\theta}) = \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial \vec{\alpha}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} \right). \quad (10)$$

Wstawiając równanie (8) do równania (10), otrzymujemy:

$$A = \begin{pmatrix} 1 - \partial_{xx}\psi & -\partial_{xy}\psi \\ -\partial_{yx}\psi & 1 - \partial_{yy}\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}.$$

W tym momencie zostały zdefiniowane kolejne zmienne: ścinanie $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ oraz ponownie konwergencja κ (tym razem poprzez potencjał grawitacyjny ψ):

$$\kappa = \frac{1}{2}(\partial_{xx}\psi + \partial_{yy}\psi), \quad (11)$$

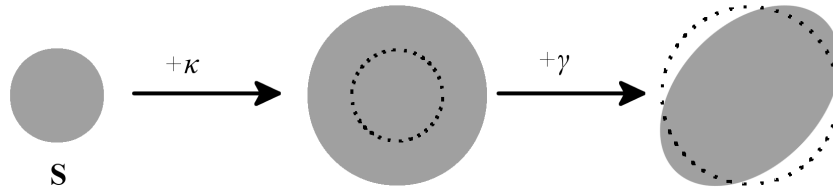
$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\partial_{xx}\psi - \partial_{yy}\psi), \quad (12)$$

$$\gamma_2 = \partial_{xy}\psi = \partial_{yx}\psi. \quad (13)$$

Jednocześnie ścinanie można zapisać jako: $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2 = |\gamma|e^{2i\phi}$ ($|\gamma|$ – wartość γ , ϕ – faza). Macierz A można więc przepisać do postaci:

$$A = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} \cos(2\phi) & \sin(2\phi) \\ \sin(2\phi) & -\cos(2\phi) \end{pmatrix}.$$

Teraz łatwo można zauważyć przy użyciu powyższych równań, że konwergencja κ odpowiada za izotropową deformację źródła w płaszczyźnie soczewki, nato-



Rysunek 2. Ilustracja deformacji obrazu źródła (**S**) w wyniku soczewkowania grawitacyjnego. Źródło najpierw jest powiększane izotropowo, a następnie deformowane pływowo.

miast ścinanie γ jest przyczynkiem do deformacji pływowej (anizotropowej), co zilustrowano na rysunku 2.

Kształt obrazów będzie zatem inny niż kształt źródła, gdyż promienie w wiązce są różnie odchylane. Z tego powodu, aby znaleźć kształt obrazu, należy rozwiązać wielokrotnie równanie soczewki dla każdego punktu wewnątrz rozciągniętego źródła. Na mocy twierdzenia Liouville’a można stwierdzić, że soczewkowanie grawitacyjne zachowuje jasność powierzchniową (czyli podczas ugięcia promieni nie ma miejsca ich emisja lub absorpcja). Oznaczając rozkład jasności powierzchniowej w płaszczyźnie źródła jako $I_s(\vec{\beta})$, zapisujemy obserwowany rozkład jasności powierzchniowej (w płaszczyźnie soczewki):

$$I(\vec{\theta}) = I_s(\vec{\beta}(\vec{\theta})). \quad (14)$$

Soczewkowanie grawitacyjne zmienia rozmiar powierzchni źródła, czyli wzmacnia jasność źródła o stosunek powierzchni soczewkowanego i oryginalnego obiektu. Odwrotność macierzy Jacobiego A jest nazywana tensorem wzmocnienia M :

$$M(\vec{\theta}) = A^{-1} \quad (15)$$

i opisuje lokalne odwzorowanie źródła w płaszczyźnie obrazów. Wzmocnienie μ definiujemy zatem jako:

$$\mu = \det(M) = \frac{1}{\det(A)} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2}. \quad (16)$$

1.1.3. Krzywa krytyczna i kaustyka – definicje

Dla każdej soczewki grawitacyjnej istnieją gładkie i zamknięte krzywe, zwane *krzywymi krytycznymi*, dla których jacobian macierzy A znika,

$\det(A) = 0$. Natomiast krzywe powstające w płaszczyźnie źródła poprzez odwzorowanie krzywych krytycznych przy użyciu równania soczewki to *kaustyki*, które z założenia nie muszą być gładkie (mogą zawierać wierzchołki). Poniżej zostanie przedstawionych kilka własności tych krzywych, istotnych z punktu widzenia pełnego zrozumienia zjawiska soczewkowania grawitacyjnego.

Teoretycznie wzmocnienie $\mu = 1/\det(A)$ obrazu położonego na kaustyce jest nieskończone, co może się wydawać niefizyczne. Wszystkie obiekty astronomiczne mają jednak skończone rozmiary, co pozwala zachować obserwowane wzmocnienia jako skończone. Źródło położone w pobliżu kaustyki ma jednak zwykle obrazy o bardzo dużym wzmocnieniu. Liczba powstających obrazów zależy od położenia źródła względem kaustyk. Zmiana położenia źródła nie powoduje zmiany liczby obrazów do momentu, kiedy źródło nie przekroczy kaustyki. W czasie przejścia przez kaustykę powstaje lub znika (w zależności od kierunku przekraczania kaustyki) para obrazów położonych w pobliżu krzywej krytycznej, korespondującej z tą kaustyką. Co więcej, wzmocnienie zmienia znak na krzywej krytycznej, dlatego para obrazów powstała przy przechodzeniu przez kaustykę, musi mieć przeciwny znak wzmocnienia.

Podsumowując, krzywe krytyczne zatem dzielą płaszczyznę soczewki na obszary o wzmocnieniu dodatnim i ujemnym. Natomiast kaustyki, korespondujące z tymi krzywymi krytycznymi, dzielą płaszczyznę źródła na obszary z różną liczbą obrazów. Zawsze kiedy źródło przekracza kaustykę, liczba obrazów wzrasta lub maleje o 2. Warunkiem koniecznym do powstania wielokrotnych obrazów źródła położonego w punkcie $\vec{\theta}$ jest ujemna wartość wyznacznika macierzy A ($\det A(\vec{\theta}) < 0$). Natomiast warunkiem wystarczającym jest znalezienie takiego położenia źródła $\vec{\theta}$, żeby $\kappa(\vec{\theta}) > 1$, czyli obszaru, dla którego gęstość materii jest większa od gęstości krytycznej.

1.1.4. Opóźnienie

Przy omawianiu podstaw teoretycznych zjawiska soczewkowania grawitacyjnego wspomnieć warto również o opóźnieniu, które gra kluczową rolę między innymi w rozważaniach kosmologicznych. Czas podróży promieni świetlnych, które tworzą kolejne z wielokrotnych obrazów, różni się od siebie. Opóźnienie pomiędzy czasem dotarcia poszczególnych wiązek do obserwatora jest wywołane dwoma efektami. Po pierwsze zakrzywione wiązki mają do pokonania trajektorie o różnej długości (opóźnienie geometryczne). Z drugiej strony promień przechodzący bliżej środka masy potrzebuje więcej czasu na przebycie tej drogi z powodu istnienia na jego trajektorii potencjału grawitacyjnego so-

czewkującej masy, który spowalnia wiązkę (opóźnienie grawitacyjne – efekt Shapiro). Równanie soczewki wynikające z równań (4) i (8):

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \nabla\psi \quad (17)$$

można przepisać do postaci:

$$\nabla \left(\frac{1}{2}(\vec{\theta} - \vec{\beta})^2 - \psi \right) = 0. \quad (18)$$

Powyższe równanie wskazuje ekstrema powierzchni opóźnienia t , która jest zdefiniowana przez wyrażenie:

$$t(\vec{\theta}, \vec{\beta}) = \frac{1 + z_L}{c} \frac{d_{OL} d_{OS}}{d_{LS}} \left(\frac{1}{2}(\vec{\theta} - \vec{\beta})^2 - \psi \right). \quad (19)$$

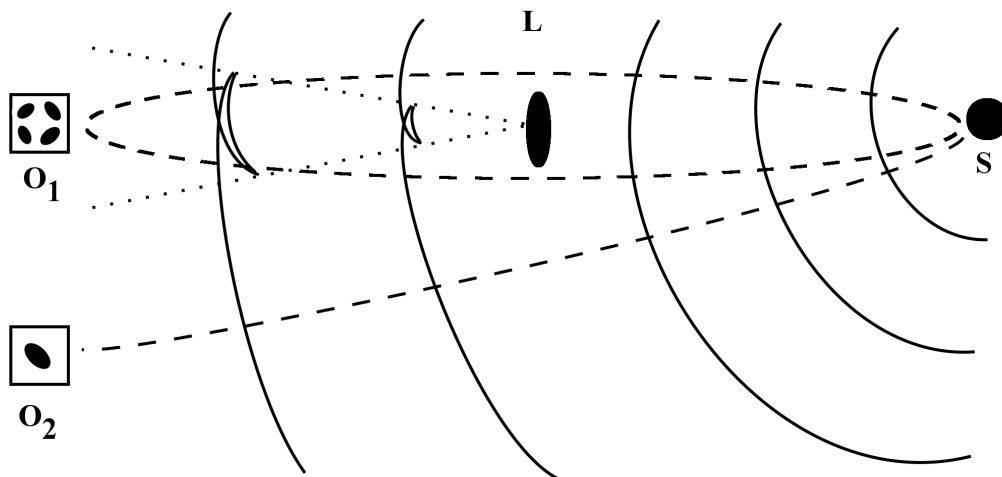
Człon $\frac{1}{2}(\vec{\theta} - \vec{\beta})^2$ odpowiada za opóźnienie geometryczne, natomiast człon $-\psi$ za opóźnienie grawitacyjne. Opóźnienie, czyli różnica w czasie obserwacji poszczególnych obrazów, jest różnicą wartości czasu przybycia każdego z obrazów na płaszczyźnie t . Ekstrema obliczone na podstawie równania (18) wskazują położenia wielokrotnych obrazów. Minima, maksima oraz punkty siodłowe zależą od wartości wyznacznika i śladu macierzy A . Jeżeli $\det(A) > 0$ i $\text{tr}(A) > 0$, mamy do czynienia z minimum, po zmianie znaku śladu otrzymujemy maksimum ($\det(A) > 0$, $\text{tr}(A) < 0$). Dla $\det(A) < 0$ rozpatrywany punkt jest punktem siodłowym. Dodatkowo na tej podstawie możemy określić wartość wzmocnienia znalezionych ekstremów. Punkt siodłowy zawsze będzie miał ujemne wzmocnienie μ , a co za tym idzie jest obrazem odwróconym badanego źródła.

1.2. Klasyfikacja soczewkowania

Podstawowy podział zjawisk soczewkowania grawitacyjnego polega na rozróżnieniu *sily* zjawiska. W pierwszej kolejności bowiem wyszczególniane jest soczewkowanie silne i słabe, co w dużej mierze zależy od tego, czy soczewka znajduje się na linii widzenia czy też nie. Prostą ilustrację porównania tych dwóch typów można znaleźć na rys. 3.

Silne soczewkowanie

W przypadku gdy źródło, soczewka grawitacyjna oraz obserwator znajdują się w pobliżu jednej linii, pojawiają się wielokrotne obrazy – takie zjawisko okre-



Rysunek 3. Porównanie silnego i słabego soczewkowania. Światło pochodzące od źródła (S) jest uginane przez soczewkę (L), w zależności od odległości promienia od soczewki obserwator bada silne (O_1) bądź słabe zjawisko (O_2). Linia ciągłą zaznaczono czoła fali, linią przerywaną – drogę promieni świetlnych. Linia kropkowana odpowiada za obszar powstawania wielokrotnych obrazów.

ślane jest mianem silnego soczewkowania grawitacyjnego. Gęstość powierzchniowa masy soczewki jest większa od gęstości krytycznej Σ_{crit} , zdefiniowanej w równaniu (7). Linia widzenia obserwator – źródło musi przechodzić w pobliżu czy też wewnątrz kaustyk. W większości przypadków silne soczewkowanie grawitacyjne odnosi się do obserwacji, kiedy soczewką jest galaktyka bądź gromada galaktyk, zaś źródłem najczęściej inna galaktyka, znajdująca się dalej od obserwatora. Położenie i jasność soczewkowanych obrazów są tutaj najważniejszymi obserwowanymi wielkościami fizycznymi. Natomiast właściwa jasność źródła nie jest obserwowalna, przez to tylko stosunki jasności poszczególnych obrazów mogą posłużyć do zbadania własności układu soczewka – źródło (stosunek jasności obrazów odpowiada stosunkowi wzmocnień tych obrazów).

Efekt silnego soczewkowania grawitacyjnego służy do badania własności galaktyk (soczewek jak i źródeł) oraz parametrów kosmologicznych, w tym szczególnie stałej Hubble’a H_0 przy pomiarze opóźnień pomiędzy poszczególnymi obrazami (np. soczewkowanych kwazarów). Silne soczewkowanie w gromadach galaktyk za to wykorzystywane jest do wyznaczania mas, wskazywania istnienia substruktur i asymetrii gromad. Wartości parametrów kosmologicznych, Ω_M i Ω_Λ , mogą być potwierdzone na podstawie porównania statystyki występowania jasnych łuków w obserwacjach i symulacjach N-ciałowych. Ponieważ prawdopodobieństwo wystąpienia zjawiska soczewkowania grawitacyj-

nego zależy od koncentracji potencjalnych soczewek grawitacyjnych, badanie liczby pojawiających się tego typu zjawisk daje oszacowanie na gęstość galaktyk w ogólności. Silne soczewkowanie grawitacyjne stanowi też wysmienite narzędzie do poszukiwania i badania obiektów położonych na bardzo dużych przesunięciach ku czerwieni. Dotychczas zjawisko to wykorzystano w wielu projektach, nie ma możliwości wymienienia wszystkich nawet najbardziej znaczących, uwzględniono tylko kilka mających ostatnio sukcesy w badaniu silnego soczewkowania galaktyk. Za przykład mogą posłużyć przeglądy takie jak: SLACS (the Sloan Lens ACS Survey – Bolton i in. 2006, Treu i in. 2006, Bolton i in. 2008), COSMOS (the Cosmic Evolution Survey – Faure i in. 2008), SL2S (the CFHTLS Strong Lensing Legacy Survey – Gavazzi i in. 2012) bądź CASSOWARY (the Cambridge And Sloan Survey Of Wide ARcs in the skY – Belokurov i in. 2009). Warto też wymienić zajmujący się gromadami galaktyk projekt CLASH (the Cluster Lensing And Supernova survey with Hubble – Postman i in. 2012).

Słabe soczewkowanie

Zjawisko słabego soczewkowania grawitacyjnego odnosi się do przypadków, kiedy linia widzenia łącząca obserwatora ze źródłem przechodzi w pewnej odległości od soczewki grawitacyjnej, bezpośrednio nie będąc wewnątrz kaustyk (np. Bartelmann i Schneider 2001). Oznacza to, że wiązka promieni przechodzi przez obszar o gęstości powierzchniowej masy mniejszej niż gęstość krytyczna Σ_{crit} . W tym przypadku nie powstają wielokrotne obrazy, ale obserwowany obraz źródła jest powiększony (wpływ konwergencji κ) oraz zniekształcony (za co odpowiada ścinanie γ). W kontekście słabego soczewkowania grawitacyjnego rozważa się głównie zmianę kształtu soczewkowanej galaktyki. Zwykle pierwotny kształt galaktyki nie jest znany i nie można określić, o ile eliptyczność galaktyki uległa zmianie. Aby uniknąć tego problemu obserwuje się regiony z wieloma galaktykami (gromady galaktyk) i zakłada, że rozkłady eliptyczności i orientacji obserwowanych galaktyk są przypadkowe.

Słabe soczewkowanie grawitacyjne jest zjawiskiem służącym do badania ciemnej natury Wszechświata oraz wyznaczania parametrów kosmologicznych. Pomiar kosmicznego ścinania spowodowanego słabym soczewkowaniem (wywołanym przez wielkoskalowe struktury materii) daje dobre oszacowanie na gęstość materii we Wszechświecie (parametr Ω_M) oraz fluktuacje ciemnej materii (amplituda fluktuacji gęstości ciemnej materii σ_8). Szerzej o licznych zastosowaniach kosmologicznych słabego soczewkowania można przeczytać w pracy

Hoekstra i Jain (2008). Poza tym, podobnie jak w przypadku silnego, zjawisko słabego soczewkowania można z powodzeniem wykorzystać do analizy np. stosunków masy do światła w gromadach galaktyk czy też statystycznego rozkładu galaktyk. Co więcej, przy konfrontacji wyników otrzymanych z badań słabego soczewkowania grawitacyjnego oraz mikrofalowego promieniowania tła wykonalne staje się zrekonstruowanie rozkładu materii w wielkoskalowych strukturach oraz potwierdzenie postaci równania stanu ciemnej energii. Słabe soczewkowanie coraz częściej jest tematem dużych przeglądów nieba, np. CFHTLenS (the Canada-France Hawaii Telescope Lensing Survey – Heymans i in. 2012).

Mikrosoczewkowanie

Mikrosoczewkowanie grawitacyjne często występuje w literaturze jako oddzielna kategoria zjawisk, choć tak naprawdę należałoby je umieścić wśród efektów silnego soczewkowania grawitacyjnego. Traktowane oddzielnie uwzględnia zjawiska, w których separacja obrazów jest niewielka (rzędu mikro- lub mili-sekund łuku, a obrazy nie mogą być rozdzielone przez współczesne instrumenty). Co więcej, względne prędkości soczewki, obserwatora oraz źródła są na tyle duże, że zjawisko to uznaje się za dynamiczne w skalach od godzin do miesięcy (w przeciwieństwie do klasycznego przypadku silnego soczewkowania, kiedy to obrazy pozostają niezmiennie w czasie obserwacji). Ponieważ nie obserwuje się poszczególnych obrazów, jedynym efektem mikrosoczewkowania jest kolejno pojaśnienie i pociemnienie źródła wywołane całkowitym wzmocnieniem μ i względnym ruchem soczewki oraz źródła. Zwykle soczewkami/źródłami w tym zjawisku zostają obiekty niezbyt dużych rozmiarów, jak gwiazdy czy planety. Dedykowane przeglądy nieba takie jak OGLE (the Optical Gravitational Lensing Experiment – Udalski 2003) czy MOA (Microlensing Observations in Astrophysics – Bond i in. 2001), obserwując np. centrum Galaktyki, są w stanie zaobserwować nawet kilkaset zjawisk mikrosoczewkowania grawitacyjnego rocznie. Mikrosoczewkowanie grawitacyjne zostało jak na razie z powodzeniem zastosowane przy badaniu hipotezy masywnych halo ciemnej materii w Galaktyce (np. Wyrzykowski i in. 2011) oraz licznych odkryciach planet spoza Układu Słonecznego (np. Udalski i in. 2005, Gaudi i in. 2008).

1.3. Podstawowe modele soczewek grawitacyjnych

Dla dowolnego rozkładu masy soczewki kąt ugięcia $\vec{\alpha}$ można wyznaczyć numerycznie. Istnieje jednak kilka przypadków rozkładów, dla których znane są

analityczne rozwiązania. Poniżej zostaną przedstawione modele, które często są wykorzystywane w badaniu efektów soczewkowania grawitacyjnego. Przy pierwszym podejściu do zagadnienia najprostsze do rozwiązywania wydają się modele osiowo-symetryczne (np. punktowa soczewka bądź izotermiczna sfera), gdzie problem redukuje się do jednowymiarowego równania soczewki. Punktowa soczewka jest zwykle wykorzystywana w modelowaniu mikrosoczewkowania, natomiast izotermiczna sfera przybliża w stopniu podstawowym większość halo ciemnej materii w galaktykach i gromadach. W następnej kolejności warto zwrócić uwagę na modele z dwoma osiami symetrii jak izotermiczna elipsoida, bardzo przydatne, ponieważ nie można zakładać w ogólności osiowej symetrii wszystkich galaktyk i gromad.

1.3.1. Pojedyncza punktowa masa

Założmy istnienie punktowej masy M położonej na środku płaszczyzny soczewki. Gęstość powierzchniową masy można zapisać jako $\Sigma(\vec{\xi}) = M\delta(\vec{\xi})$, stąd kąt ugięcia:

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4GM}{c^2} \frac{\vec{\xi}}{|\vec{\xi}|^2}. \quad (20)$$

Wykorzystując równanie (4), równanie soczewki przyjmuje postać (dla przypadku jednowymiarowego):

$$\beta = \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{d_{LS}}{d_{OL}d_{OS}} \frac{\theta}{|\theta|^2} = \theta - \theta_E^2 \frac{\theta}{|\theta|^2}, \quad (21)$$

gdzie $\theta_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{d_{LS}}{d_{OL}d_{OS}}$ to kątowy promień Einsteina zależny od masy soczewki oraz wzajemnych odległości obserwator – soczewka – źródło. Nie tracąc na ogólności rozwiązania, można wybrać położenie soczewkowanego źródła β po dodatniej stronie osi β_1 , wtedy położenie obrazów θ będzie tylko na osi θ_1 , czyli równanie soczewki staje się jednowymiarowe i rozwiązywalne analitycznie. Rozwiązaniem równania soczewki są dwa punkty o współrzędnych:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right), \quad (22)$$

co oznacza, że obrazy znajdują się po obu stronach soczewki. Warto zwrócić uwagę, że $\theta_+ > |\theta_-|$, więc obraz znajdujący się po tej samej stronie soczewki co źródło, jest dalej od soczewki niż obraz po przeciwnej stronie. Wzmocnienie w takim układzie to:

$$\mu = \left(1 - \frac{\theta_E^4}{\theta^4} \right)^{-1}. \quad (23)$$

1.3.2. Model izotermicznej sfery – SIS

Model osobliwej izotermicznej sfery (SIS – *Singular Isothermal Sphere*) w pierwszym przybliżeniu może opisywać soczewkę będącą galaktyką (np. Kormann i in. 1994). Sferyczny rozkład masy prowadzi do płaskiej krzywej rotacji (obserwowanej np. dla galaktyk spiralnych). Rozkład gęstości w funkcji odległości od środka galaktyki r opisuje poniższe równanie:

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}, \quad (24)$$

gdzie σ jest dyspersją prędkości. Fizycznie model ten odpowiada rozkładowi cząstek wzajemnie oddziałujących grawitacyjnie z maxwellowskim rozkładem prędkości o jednowymiarowej dyspersji prędkości σ (stąd też nazwa rozkładu – izotermiczny). Rozkład ten posiada dwie niefortunne własności: gęstość w środku dąży do nieskończoności podobnie jak funkcja $1/r^2$, dodatkowo rozkład rozciąga się do $r \rightarrow \infty$. Dla opisu zjawiska soczewkowania grawitacyjnego potrzebne jest wyrażenie na gęstość powierzchniową masy:

$$\Sigma(\xi) = \frac{\sigma}{2G} \frac{1}{\xi}. \quad (25)$$

Promień Einsteina w tym przypadku można więc zapisać jako:

$$\theta_E = 4\pi \frac{d_{LS}}{d_{OS}} \frac{\sigma^2}{c^2}. \quad (26)$$

Istotną własnością tego modelu jest wartość kąta ugięcia, niezależna od położenia soczewkowanego źródła względem osi optycznej:

$$\alpha(\theta) = 4\pi \frac{d_{LS}}{d_{OS}} \frac{\sigma^2}{c^2} \frac{\theta}{|\theta|} = \theta_E \frac{\theta}{|\theta|}. \quad (27)$$

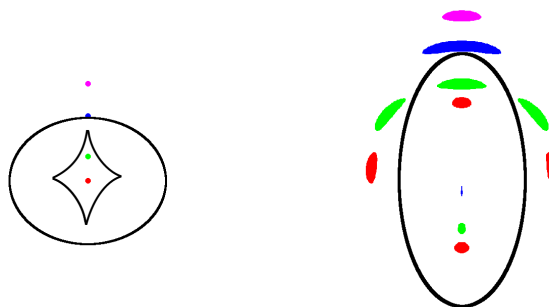
Równanie soczewki (4) przyjmuje postać:

$$\beta = \theta - \theta_E \frac{\theta}{|\theta|}, \quad (28)$$

natomiast wzmocnienie:

$$\mu = \frac{|\theta|/\theta_E}{|\theta|/\theta_E - 1}. \quad (29)$$

Rozwiązania równania soczewki zależą od wartości β . I tak dla $\beta < \theta_E$ otrzymuje się dwa obrazy (położone w $\theta_+ = \beta + \theta_E$ i $\theta_- = \beta - \theta_E$, $\beta > 0$), natomiast dla $\beta > \theta_E$ zaobserwowany zostanie tylko obraz $\theta_+ = \beta + \theta_E$. W pierwszym



Rysunek 4. Kaustyki i krzywe krytyczne w modelu SIE. Po lewej stronie różne położenia źródła względem kaustyk (wewnętrznej w kształcie „diamentu” oraz zewnętrznej elipsy). Po prawej powstające w wyniku soczewkowania grawitacyjnego obrazy i ich położenie względem krzywej krytycznej.

przypadku widać od razu, że separacja obrazów jest równa $2\theta_E$. Płaszczyznę źródła charakteryzują dwie kaustyki: centralny punkt oraz okrąg o promieniu θ_E .

1.3.3. Model izotermicznej elipsoidy – SIE

Rzeczywiste soczewki na pewno nie będą idealnie sferycznie symetryczne, dlatego też należy wprowadzić do ich opisu eliptyczność (np. Kormann i in. 1994, Keeton i Kochanek 1997). Z obserwacji wiadomo, że wiele odkrywanych układów silnego soczewkowania ma cztery obrazy. Taka sytuacja pokazuje, że rozkład masy typu osiowo-symetrycznego, jakim jest model SIS, nie jest wystarczający do opisu i wyjaśnienia tych układów. Złamanie symetrii w modelu SIE (*Singular Isothermal Ellipsoid*) musi zatem przynieść ze sobą pewne nowe własności układu. Między innymi centralny punkt (będący w przypadku modelu osiowo-symetrycznego kaustyką) staje się krzywą ograniczającą obszar o skończonej powierzchni. Źródło, które znajdzie się wewnątrz tej kaustyki, będzie miało cztery obrazy (piąty obraz pojawi się po usunięciu centralnej osobliwości). Natomiast źródło położone poza tą kaustyką, ale jeszcze wewnątrz kaustyki zewnętrznej, będzie miało dwa obrazy. Przykładowe kaustyki oraz krzywe krytyczne przedstawione są na rys. 4.

Konwergencja masy takiej soczewki będzie wtedy zależeć od stosunku półosi $q = b/a$, gdzie a i b to półosie zrzutowanej elipsoidy i $b < a$:

$$\kappa(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \frac{\theta_E}{\sqrt{q^2 \theta_1^2 + \theta_2^2}}. \quad (30)$$

Analitycznie można znaleźć kąt ugięcia $\hat{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$:

$$\alpha_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{\theta_E}{\sqrt{1-q^2}} \tan^{-1} \left(\frac{\theta_1 \sqrt{1-q^2}}{\sqrt{q^2 \theta_1^2 + \theta_2^2}} \right), \quad (31)$$

$$\alpha_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{\theta_E}{\sqrt{1-q^2}} \tanh^{-1} \left(\frac{\theta_2 \sqrt{1-q^2}}{\sqrt{q^2 \theta_1^2 + \theta_2^2}} \right) \quad (32)$$

$$(33)$$

oraz wzmocnienie:

$$\mu = \left(1 - \frac{\theta_E}{\sqrt{q^2 \theta_1^2 + \theta_2^2}} \right)^{-1}. \quad (34)$$

Podobnie jak dla modelu SIS promień Einsteina można wyrazić za pomocą dyspersji prędkości σ :

$$\theta_E = 4\pi \frac{d_{LS}}{d_{OS}} \frac{\sigma^2}{c^2}. \quad (35)$$

Dla $q \rightarrow 1$ model SIE przechodzi w model SIS.

1.4. Inne rozkłady

Model potęgowy

Wspomniane wcześniej modele SIS i SIE są szczególnymi przypadkami modelu potęgowego (*power-law model* – Kassiola i Kovner 1993). W ogólności rozważany rozkład gęstości materii w soczewce może przyjąć postać:

$$\rho(r) \sim r^{-(m+1)} \quad (36)$$

gdzie m można określić jako nachylenie profilu. Zrzutowana gęstość powierzchniowa masy będzie rozłożona na koncentrycznych elipsach. Kąt ugięcia wyraża się w tym przypadku prostą zależnością od θ :

$$\alpha(\theta) \sim \theta^{1-m}, \quad (37)$$

niemniej analityczne rozwiązania równania soczewki istnieją tylko dla kilku wybranych wartości parametru m . Dla $m = 1$ otrzymać można model SIE, a w przypadku braku eliptyczności model SIS. Natomiast przy $m \rightarrow 2$ rozkład dąży do punktowej masy. Rozkład ten może być używany z powodzeniem do opisu obserwowanych obecnie układów silnych soczewek grawitacyjnych, niemniej, jak zostanie później wyjaśnione, w większości przypadków nie ma takiej potrzeby.

1.5. Zewnętrzne ścinanie

W rzeczywistości nie należy oczekiwać, iż potencjał grawitacyjny zawsze będzie idealnie symetryczny nawet przy osiowo- lub eliptycznie-symetrycznym rozkładzie masy. Dzieje się tak, gdyż galaktyki są zwykle położone wewnątrz lub niedaleko gromady galaktyk. Otoczenie (inne galaktyki bądź halo ciemnej materii całej grupy) powoduje zaburzenie symetrii potencjału. Podobnie dzieje się dla soczewki – gwiazdy zanurzonej w galaktyce. W większości przypadków zaburzające pole grawitacyjne zmienia się wcale lub bardzo niewiele na obszarze wpływu głównej soczewki. Dla przykładu biorąc soczewkę – galaktykę o promieniu Einsteina rzędu $1''$, obszar, na którym gromada będzie zaburzać potencjał galaktyki, jest rozmiaru promienia Einsteina całej gromady bądź odległości galaktyki od środka gromady (którakolwiek z tych wielkości będzie większa, niemniej zawsze są one znacznie większe od $1''$). Zaburzający potencjał można rozwinąć wokół środka głównej soczewki przy użyciu rozwinięcia Taylora. Pierwszy wyraz istotny w tym rozwinięciu to wyraz kwadratowy, odpowiadający za pole pływowe. Rozważając osiowo-symetryczny rozkład materii zanurzony w wielkoskalowym polu grawitacyjnym, ugięcie powodowane przez dodatkowy potencjał w przybliżeniu można lokalnie wyrazić:

$$\vec{\alpha}_p(\vec{\theta}) = \vec{\alpha}_p(\vec{0}) + \begin{pmatrix} \kappa_p + \gamma_p & 0 \\ 0 & \kappa_p - \gamma_p \end{pmatrix} \vec{\theta}. \quad (38)$$

Mimo przybliżenia nie zakłada się, że zaburzenie jest bardzo małe. Wtedy równanie soczewki (np. dla osiowo-symetrycznego rozkładu) przyjmuje postać:

$$\vec{\beta} = (1 - \kappa(|\vec{\theta}|))\vec{\theta} - \begin{pmatrix} \kappa_p + \gamma_p & 0 \\ 0 & \kappa_p - \gamma_p \end{pmatrix} \vec{\theta}, \quad (39)$$

gdzie środek płaszczyzny źródła został przesunięty o wektor $\vec{\alpha}_p(\vec{0})$. Jak widać, zaburzenie dodało do równania jednorodną warstwę materii oraz *zewnętrzne ścinanie*. Przekształcając dalej:

$$\vec{\beta} = -\kappa(|\vec{\theta}|)\vec{\theta} - \begin{pmatrix} 1 - (\kappa_p + \gamma_p) & 0 \\ 0 & 1 - (\kappa_p - \gamma_p) \end{pmatrix} \vec{\theta} \quad (40)$$

$$= -\kappa(|\vec{\theta}|)\vec{\theta} + (1 - \kappa_p) \begin{pmatrix} 1 - g_p & 0 \\ 0 & 1 + g_p \end{pmatrix} \vec{\theta}, \quad (41)$$

gdzie jako $g_p = \gamma_p/(1 - \kappa_p)$ oznaczono zredukowane ścinanie pochodzące od wielkoskalowych zaburzeń. Teraz równanie soczewki z możliwego jednowymiarowego staje się niestety zawsze dwuwymiarowe i dla większości bardziej skomplikowanych rozkładów niemożliwe do rozwiązania bez ubiegania się do metod numerycznych.

2. Źródła danych

W rozdziale tym zostaną zawarte podstawowe informacje na temat zewnętrznych projektów wykorzystanych przy badaniach opisanych w tej rozprawie. Duża część pracy powstała na bazie wyników kosmologicznej symulacji *Millennium*, które to, oferując bardzo dużą rozdzielczość przestrzenną oraz czasową w skalach kosmologicznych, nadają się idealnie do badania zjawiska soczewkowania grawitacyjnego w różnych jego aspektach (soczewkowania słabego i silnego). Następnie zaprezentowany zostanie opis projektu CASSOWARY, który powstał z wykorzystaniem danych z wielkoskalowego przeglądu nieba SDSS (the Sloan Digital Sky Survey). Analiza układów silnych soczewek grawitacyjnych znalezionych w tym projekcie stanowi jeden z głównych wątków rozprawy. Kilka kolejnych przeglądów zostanie pokrótce opisanych, gdyż zostały one użyte do zbadania możliwości detekcji w nich silnie soczewkowanych supernowych oraz porównywania wyników modelowania silnych soczewek.

2.1. *Millennium Simulation*

Zimna ciemna materia (w skrócie CDM – *Cold Dark Matter*), będąc znaczącym składnikiem materii, ma istotny wpływ na formowanie się struktury Wszechświata. Model Λ CDM wraz z teorią inflacji przewiduje, że struktura ta tworzyła się hierarchicznie dzięki niestabilnościom grawitacyjnym. Uważa się, że obecna struktura Wszechświata jest wynikiem pojawienia się słabych fluktuacji gęstości w początkowo jednorodnym i jednocześnie szybko ekspandującym Wszechświecie. Tak powstałe niejednorodności z czasem przekształciły się w obserwowane obecnie, bogate pod względem różnorodności, obiekty astronomiczne. W przeciwieństwie do początkowego liniowego wzrostu perturbacji gęstości, które można obliczać analitycznie, dalsza ewolucja związana z zapadaniem i rozbudową struktur była procesem silnie nieliniowym i wymaga podejścia numerycznego. Jedną z prób numerycznego opisu struktury Wszechświata jest kosmologiczna symulacja *Millennium* (Springel i in. 2005). Oprócz znalezienia i analizy rozkładów materii w różnych momentach ewolucji Wszechświata wyniki symulacji miały posłużyć do zbadania historii chłodzenia się gazu pierwotnego, formowania się różnych obiektów, w tym gwiazd, aktywnych jąder galaktyk czy kwazarów. Ponieważ dominującym składni-

kiem masy jest ciemna materia, została ona opisana w symulacji jako układ dyskretnych punktowych cząstek oddziałujących ze sobą tylko grawitacyjnie. Zbiór badanych cząstek składa się z $N = 2160^3 = 1,0078 \times 10^{10}$ elementów o masie $8,6 h^{-1} \times 10^8 M_\odot$ każdy. Cząstki te mieszczą się w sześciangach o okresowych warunkach brzegowych. Stan symulacji zapamiętano dla 64 różnych epok przesunięcia ku czerwieni pomiędzy $z = 127$, a $z = 0$. W symulacji użyto parametrów kosmologicznych otrzymanych ze wspólnych analiz przeglądu 2dFGRS (the Two-degree-Field Galaxy Redshift Survey) i wyników z pierwszego roku działalności sondy WMAP (the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe): $\Omega_M = \Omega_{dm} + \Omega_b = 0,25, \Omega_b = 0,045, h = 0,73, \Omega_\Lambda = 0,75, n = 1, \sigma_8 = 0,9$. Wartości te różnią się w pewnym stopniu od obecnie uznawanych za prawidłowe (Komatsu i in. 2011). Dla symulacji niestabilności grawitacyjnych najistotniejsze są zmiany dwóch parametrów: amplitudy fluktuacji gęstości σ_8 oraz początkowego nachylenia widma zaburzeń n . Mniejsza wartość parametru σ_8 oznacza, że grawitacyjnie związane struktury w równowadze mechanicznej pojawiają się później. Dla fluktuacji gęstości w fazie liniowej można zastosować proste skalowanie, niestety dla fazy nieliniowej problem jest bardziej skomplikowany, zaś transformacja wyników byłaby nietrywialna. Ewentualny wpływ różnych wartości parametrów kosmologicznych zostanie przedstawiony w dalszej części pracy. Symulacja została przeprowadzona przy użyciu kodu GAD-GET2, a zastosowano w niej metodę obliczania sił grawitacyjnych „TreePM” (Springel i in. 2005 i referencje tamże). Wynikiem symulacji były rozkłady gęstości materii dla różnych przesunięć ku czerwieni w różnych skalach. Każda kostka ma wymiary $500 h^{-1} \text{ Mpc} \times 500 h^{-1} \text{ Mpc} \times 500 h^{-1} \text{ Mpc}$ i jest podzielona na 256^3 jednakowych komórek. Dane z symulacji zostały zapisane w postaci trójwymiarowych tablic δ_{ijk} , gdzie wartość δ_{ijk} określa względne zaburzenie gęstości dla każdej z 256^3 komórek we wszystkich 64 kostkach dla różnych przesunięć ku czerwieni. Dodatkowo autorzy opracowali katalogi zwiralizowanych halo ciemnej materii (obejmujących co najmniej 20 cząstek), które zawierają informacje o wyizolowanych obiektach m.in. ich położenia, masy wirialne, promienie wirialne oraz prędkości wirialne (De Lucia i Blaizot 2007, Bertone i in. 2007). Pełne katalogi można otrzymać z bazy danych *Virgo – Millennium*².

W opisywanych w tej pracy badaniach soczewkowania grawitacyjnego założono, że propagacja promieni świetlnych pomiędzy wybranymi $z_{i1} = (z_{i-1} + z_i)/2$ i $z_{i2} = (z_i + z_{i+1})/2$ jest zaburzona przez rozkład materii w sześciangie

²<http://gavo.mpa-garching.mpg.de/Millennium/>

z_i . Dzięki periodycznym warunkom brzegowym symulacji *Millennium* możliwe jest określenie rozkładu gęstości w całej przestrzeni dla dowolnie wybranego przesunięcia ku czerwieni z podanego wyżej zakresu. Niemniej podróżujący w stożku świetlnym foton przecina pewną skończoną liczbę warstw, a grubości kolejnych warstw są mniejsze niż rozmiary kostek symulacji. Tym samym nie istnieje niebezpieczeństwo wielokrotnego natrafienia przez foton na tę samą strukturę. Dodatkowo sześciany z symulacji zostały poobracane i poprzesuwane, tak aby uniknąć podczas obliczeń powtarzania się pewnych struktur materii na drodze wiązki promieni (Carbone i in. 2008).

Halo ciemnej materii z symulacji *Millennium* są opisane między innymi poprzez wartości masy wirialnej M_{vir} , promienia wirialnego R_{vir} oraz prędkości wirialnej v_{vir} . Te trzy wielkości spełniają zależność kluczową dla prędkości rotacji: $v_{vir} = \sqrt{\frac{GM_{vir}}{R_{vir}}}$. Wiedząc jednocześnie, że $v_{rotacji}^2 = 2\sigma^2$, wielkością v_{vir} będzie można posłużyć się przy wyznaczaniu promienia Einsteina w modelu SIS i SIE.

Wyniki symulacji *Millennium* zostały użyte w tej rozprawie do badania wpływu wielkoskalowych struktur materii, jak i halo ciemnej materii, na propagację promieni świetlnych w kontekście słabego (rozdział 3) i silnego (rozdział 4) soczewkowania grawitacyjnego.

2.2. Projekty SDSS i CASSOWARY

Przegląd nieba SDSS³ (York i in. 2000) obserwuje ponad 14 000 stopni kwadratowych nieba dla dużych wysokości galaktycznych w pięciu filtrach optycznych u , g , r , i oraz z . Jednocześnie prowadzone są obserwacje spektroskopowe dla ponad 1 450 000 galaktyk, 200 000 kwazarów i 650 000 gwiazd. Przegląd ma również na swoim koncie wykrycie ponad 500 potwierdzonych spektroskopowo supernowych typu Ia oraz badanie dużych obszarów naszej Galaktyki (w tym 240 000 specjalnie wyselekcjonowanych gwiazd). Obserwacje prowadzone są przy użyciu 2,5 metrowego dedykowanego teleskopu umieszczonego w południowym Nowym Meksyku (USA). Teleskop o szerokim polu widzenia (7 stopni kwadratowych, średnica 3°) wyposażony został w mozaikową kamerę CCD oraz dwa spektrografy. Rozmiar 1 piksela (1 pix) na zdjęciach SDSS to 0,396". Wszystkie zebrane dane są udostępniane w formie ogólnodostępnych przez Internet baz danych. Dane będące do dyspozycji potencjalnych użytkowników są zwykle zredukowane i skalibrowane, tak aby były gotowe do dalszych analiz pod kątem astrofizycznym. Dla przykładu katalog DR7 zawiera 357 mi-

³<http://www.sdss.org/>

lionów unikatowych obiektów, ponad 1 600 000 widm (w tym ponad 900 000 dla galaktyk). Najnowszy zestaw danych DR9 został opublikowany w lipcu 2012 roku (Ahn i in. 2012).

Wśród tej liczby obserwowanych obiektów musiały pojawić się także silnie soczewkowane galaktyki. Pierwsze z odkrytych obiektów to: *the 8 o'clock arc* z soczewkowaną galaktyką typu Lyman (LBG – *Lyman Break Galaxy*), gdzie trzy obrazy łączą się w rozciągnięty łuk (Allam i in. 2007) oraz *the Cosmic Horseshoe* z młodą galaktyką widzianą jako prawie cały pierścień Einsteina o średnicy $10''$ (Belokurov i in. 2007). Te odkrycia zainspirowały zespół naukowców z Uniwersytetu w Cambridge do szerszych poszukiwań, a następnie stworzenia oddzielnego katalogu silnych soczewek grawitacyjnych znajdujących się w danych z projektu SDSS. Katalog CASSOWARY⁴ został pomyślany jako zbiór dobrze rozseparowanych układów soczewek grawitacyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem niebieskich źródeł rozmieszczonych wokół masywnych eliptycznych galaktyk (Belokurov i in. 2009). Obecna wersja katalogu opiera się na danych pochodzących z przeglądów DR7 i DR8. Strategia poszukiwania pożądaných obiektów została szczegółowo opisana w pracy (Belokurov i in. 2009). W skrócie, algorytm składa się z dwu podstawowych części: szeroko zakrojonych poszukiwań masywnych eliptycznych galaktyk z niebieskimi towarzyszami oraz szczegółowego selekcionowania szerokich łuków o różnych rozmiarach i jasnościach wśród wstępnie wybranych obiektów. W rozdziale 5 tej pracy zostaną zaprezentowane wyniki modelowania układów silnego soczewkowania pochodzących z katalogu CASSOWARY.

2.3. Inne projekty

Przedstawione poniżej projekty będą służyć do zbadania możliwości obserwacyjnych silnie soczewkowanych supernowych (w rozdziale 4, podstawowe dane potrzebne później do obliczeń zostały zebrane w tabeli 1) oraz porównywania własności modelowanych galaktyk (rozdział 5).

SDSS Stripe 82

Jak już zostało wyżej wspomniane w przeglądzie nieba SDSS jednym z głównych celów naukowych jest także poszukiwanie supernowych. Kilka wybranych obszarów nieba było obserwowanych regularnie przez kilka lat, m.in. fragment Stripe 82, który rozciągał się od $\alpha \sim -50^\circ$ do 59° wzdłuż $\delta \sim 0^\circ$. Katalog

⁴<http://www.ast.cam.ac.uk/ioa/research/cassowary/>

Tabela 1. Podstawowe dane o obecnych i przewidywanych przeglądach nieba użytych w symulacji soczewkowanych supernowych, w tym czas trwania, badana powierzchnia nieba, limit jasności obserwowanej.

Przegląd	Obserwowana powierzchnia nieba [deg ²]	Lata działalności	Limit obserwowanej jasności magnitudo (filtr)
Stripe 82	300	1998-2005	21,5 (i)
Gaia	40000	2013-2018	20,0 (V)
LSST	20000	2020-2030	24,5 (i)

Stripe 82⁵ zawiera 4 miliony gwiazd i galaktyk obserwowanych w filtrach u , g , r , i oraz z , w tym ponad 500 detekcji supernowych różnych typów (Bramich i in. 2008, Han i in. 2010).

SDSS SGAS

W danych przeglądu SDSS znajduje się wiele gromad galaktyk, w których można szukać przejawów silnego i słabego soczewkowania grawitacyjnego. Katalog SGAS (the Sloan Giant Arcs Survey) zawiera 28 gromad galaktyk, które zostały przebadane pod względem rozkładu masy ciemnej materii (Oguri i in. 2012).

SLACS

Przegląd SLACS korzysta ze spektroskopowych danych SDSS, wyszukując w nich przykładów silnego soczewkowania galaktyk przez inne galaktyki. Dotychczas znajduje się w nim niecałe 100 potwierdzonych układów silnego soczewkowania grawitacyjnego zbadanych za pomocą Kosmicznego Teleskopu Hubble’a. Większość układów wymodelowano przy użyciu profilu SIE (Bolton i in. 2006, Treu i in. 2006, Bolton i in. 2008).

Gaia

Kosmiczna misja Gaia⁶ prowadzona przez Europejską Agencję Kosmiczną została zaprojektowana do zbierania danych astrometrycznych, fotometrycznych, spektrofotometrycznych i spektroskopowych dla miliarda obiektów na całym niebie do jasności obserwowanej w filtrze V ~ 20 mag. Obecnie start planowany jest na wrzesień 2013 roku, a cała misja ma potrwać minimum 5 lat (Wyrzykowski i Hodgkin 2012). W tym czasie oczekuje się, że Gaia zaobserwuje około 6300 supernowych, w tym 85% będą stanowiły obiekty typu Ia, często

⁵<http://cas.sdss.org/stripe82/>

⁶<http://gaia.esa.int/>

obserwowane również przed maksimum krzywej jasności (30%). Szacuje się, że największe przesunięcia ku czerwieni zarejestrowanych supernowych będą na poziomie $\sim 0,15$, a dzięki obecności widm w niskiej rozdzielczości będzie możliwe zmniejszenie liczby źle zaklasyfikowanych obiektów (Belokurov i Evans 2003, Altavilla i in. 2012).

LSST

Najlepiej rokujący wielkoskalowy przegląd nieba LSST (the Large Synoptic Survey Telescope) jest obecnie w fazie projektowania⁷. Używając teleskopu o średnicy pierwszego lustra 8,4 m (efektywnie 6,7 m), umieszczonego w północnych rejonach Chile, będą otrzymywane wielokrotne obrazy nieba w kilku filtrach optycznych. Kamera o polu widzenia 9,6 stopni kwadratowych z pikselami o rozmiarze 0,2" pozwoli zaobserwować w sumie 20000 stopni kwadratowych nieba. Jednym z głównych celów naukowych zespołu LSST jest badanie wszelkiego rodzaju zmiennych obiektów na niebie, w tym także supernowych (Ivezic i in. 2008, Abell i in. 2009). Z zasięgiem do ok. 25,5 magnitudo LSST przez 10 lat działalności odkryje wiele tysięcy supernowych, w tym liczne obiekty pochodzące z odległego Wszechświata, np. supernowe pochodzące od gwiazd III populacji. Rozpoczęcie obserwacji planowane jest obecnie nie wcześniej niż w 2020 roku.

⁷<http://www.lsst.org/lsst/>

3. Słabe soczewkowanie grawitacyjne w *Millennium Simulation*

Badanie wpływu niejednorodności w rozkładzie materii we Wszechświecie na obrazy dalekich obiektów było podejmowane dotychczas przez wielu autorów (np. Gunn 1967, Schneider i Weiss 1988a, Jaroszyński i in. 1990). Wpływ ten będzie przejawiał się również przez zjawisko słabego soczewkowania grawitacyjnego. Słabe soczewkowanie grawitacyjne jest więc postrzegane jako możliwość szerszego zbadania ciemnej natury Wszechświata, w tym jako bezpośredni sposób na przedstawienie rozkładu ciemnej materii wokół galaktyk, gromad galaktyk, a także w skalach kosmologicznych. Co więcej, analiza zmian kształtu galaktyk (głównie pomiar zmian eliptyczności) będących odzwierciedleniem wpływu grawitacyjnego materii we Wszechświecie może pomóc w weryfikacji równania stanu ciemnej energii. Słabe soczewkowanie grawitacyjne daje możliwość bezpośredniego badania rozkładu materii we Wszechświecie niezależnie od stanu czy natury tej materii. Światło, propagując się przez Wszechświat, natrafia na wielkoskalowe struktury materii, których potencjał grawitacyjny powoduje uginanie promieni, a obserwowane obiekty zostają zniekształcone. Takie obserwacje mogą zostać bezpośrednio powiązane w widmem rozkładu materii i bardzo dokładnie wskazać położenie materii czy rozmiar zaburzeń jej rozkładu. Możliwy staje się też bezpośredni pomiar wzrostu z przesunięciem ku czerwieni wielkoskalowych struktur, będący testem dla różnych alternatywnych teorii grawitacji tłumaczących pojęcie ciemnej energii. Niemniej dokładny pomiar i analiza obserwacji kosmicznego ścinania są nadal dużym technicznym wyzwaniem.

Jeżeli rozważania skupiają się na zastosowaniu słabego soczewkowania w celu poznania własności ciemnej materii i ciemnej energii poprzez wspomniany pomiar zmian kształtów obrazów w stosunku do kształtu rzeczywistego źródła, należy pamiętać, że obserwowany sygnał jest zwykle niewielki (zmiana eliptyczności galaktyk jest na poziomie 1%), co może być znaczącym utrudnieniem. Zaletą jest natomiast to, że sygnał wywołany przez kosmiczne ścinanie umożliwia bezpośredni pomiar rozkładu materii ograniczony zasięgiem tylko przez rozkład źródeł w przesunięciu ku czerwieni. Jeżeli założy się losowy rozkład eliptyczności, orientacji i pozycji na niebie obserwowanych galaktyk,

uwzględniając pomiar soczewkowanych obrazów, jest się w stanie zmierzyć wpływ pola grawitacyjnego (w szczególności części pływowej) pochodzącego od struktur materii ułożonych wzdłuż linii widzenia.

Obecnie możliwe są już pomiary słabego soczewkowania (w tym kosmicznego ścinania) na małych obszarach nieba (Parker i in. 2007, Fu i in. 2008, Heymans i in. 2012 – przegląd CFHTLenS), niemniej w pełni zjawisko będzie można wykorzystać, gdy zbiorą odpowiednią ilość danych głębokie i szerokie przeglądy nieba takie jak Pan-STARRS (the Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System), KIDS (the Kilo-Degree Survey), DES (the Dark Energy Survey), czy planowany LSST (patrz rozdział 2). Przykładem pomiarów słabego soczewkowania grawitacyjnego, których wyniki znajdują zastosowanie w dalszej części pracy, jest praca Parker i in. (2007). Autorzy używają danych pochodzących ze wspomnianego wcześniej przeglądu CFHTLenS zebranych na 22 stopniach kwadratowych nieba w filtrze i' . Próbkę wyselekcjonowanych odpowiednio galaktyk podzielono tam na soczewki i źródła, nie korzystając przy tym z informacji o przesunięciu ku czerwieni, ale o obserwowanej jasności obiektu. Na tej podstawie autorzy otrzymują dwa zestawy składające się z $\sim 2 \times 10^5$ soczewek oraz $\sim 1,3 \times 10^6$ źródeł. Tak powstały katalog obiektów posłużył do wygenerowania $3,7 \times 10^7$ par soczewka – źródło. Zestaw par soczewka – źródło został podzielony na przedziały pod względem odległości kątowej między soczewką a źródłem – Θ (przy założeniu maksymalnej odległości kątowej źródła od soczewki równej $\Theta = 2'$). Na podstawie wszystkich par obliczono średnią wartość składowej stycznej i krzyżowej ścinania dla kolejnych przedziałów odległości Θ . Wyniki uzyskane przez Parker i in. (2007) posłużą do weryfikacji słuszności użycia przybliżenia Borna w symulacji słabego soczewkowania z wykorzystaniem danych pochodzących z katalogów *Millennium Simulation*. Jednocześnie warto przytoczyć najnowsze wyniki pochodzące z przeglądu CFHTLenS (Heymans i in. 2012), które pokazują, jak istotne dla dalszego rozwoju badań kosmologicznych są dokładne pomiary kosmicznego ścinania.

W rozdziale 1 wprowadzone zostały pojęcia konwergencji κ oraz ścinania γ (patrz równania (11)-(13)). Wielkoskalowe struktury na drodze wiązki fotonów zginają ich trajektorie, tworząc obrazy o zmienionym rozmiarze (za co odpowiada wartość κ) oraz zniekształcone (tutaj kluczowe są wartość i faza γ). W tej części rozprawy zostaną przedstawione symulacje propagacji promieni świetlnych w niejednorodnym Wszechświecie przeprowadzone przy użyciu danych pochodzących z *Millennium Simulation* (opisanej w rozdziale 2).

Zostanie zbadany wpływ halo ciemnej materii oraz tła pochodzącego od wielkoskalowych struktur materii na składowe ścinania, w szczególności składową styczną. Rozdział ten ma na celu pokazanie możliwości zastosowania kosmologicznej symulacji w badaniach słabego soczewkowania. Konieczne najpierw będzie przejście od danych z symulacji *Millennium* do formy użytecznej w takich rozważaniach. Zastosowane zostanie przybliżenie Borna, a następnie wyniki symulacji posłużą do obliczenia poszczególnych składowych ścinania. Podejście to zostanie zbadane w kontekście wyników obserwacyjnych, a następnie zastosowane w analizie statystycznej, polegającej na zbadaniu wpływu przesunięć ku czerwieni źródeł oraz soczewek. Konieczne będzie rozróżnienie zależności ścinania od wielkoskalowego tła i zwiralizowanych halo ciemnej materii. Dla wybranych maksymalnych wartości jednej ze składowych ścinania zostanie pokazana zależność od masy halo ciemnej materii związanych z tymi maksimami. Na koniec wyniki symulacji zostaną zaprezentowane w kontekście najnowszych analiz pomiarów kosmicznego ścinania.

3.1. Przybliżenie Borna

W rozdziale 2 opisano charakter i podstawowe własności kosmologicznej symulacji *Millennium*. Badania słabego soczewkowania grawitacyjnego zostaną wykonane przy użyciu przybliżenia Borna. Promienie świetlne będą prowadzone przez kolejne warstwy materii przy założeniu, że ich kąty ugięcia są na tyle małe, iż można je zaniedbać. Dzięki temu nie jest konieczne wprowadzanie wielu warstw materii i branie pod uwagę zmiany kierunku – położenia na niebie – zaburzanego promienia, co ma miejsce w metodzie *multi-plane ray-tracing* zaproponowanej w pracach Schneider i Weiss 1988a, Schneider i Weiss 1988b. Dla podróżującego promienia wystarczy znaleźć tylko kolejne wkłady do potencjału grawitacyjnego oraz jego gradient. Niemniej przydatne będzie znalezienie dwuwymiarowych rozkładów gęstości powierzchniowej, rzutowanych z trójwymiarowych rozkładów gęstości dostępnych w wynikach symulacji *Millennium*. Rzuty wykonano na kolejnych powierzchniach prostopadłych do kierunku poruszania się promieni. Taka procedura pozwala zaoszczędzić na objętości plików z danymi, jednocześnie nie wpływając na dokładność obliczeń. Płaszczyzny gęstości materii są wystarczająco gęsto rozmieszczone, *współporuszająca* grubość rzutowanej warstwy ($< 200 h^{-1}$ Mpc) jest mniejsza od rozmiaru sześciangu z symulacji *Millennium* (dla przypomnienia $500 h^{-1}$ Mpc). Przy badaniach słabego soczewkowania korzystne jest reprezentowanie rozkładu materii poprzez bezwymiarową wielkość κ zdefiniowaną (w przybliżeniu

Borna) jako suma wpływów od kolejnych warstw. Symbolicznie sumę tę zapisano jako całkę wzdłuż niezaburzonego promienia z rozkładu gęstości materii, przez którą przechodzi promień:

$$\kappa = \int_0^{z_S} \frac{d_{OL}d_{LS}}{d_{OS}} \frac{4\pi G\delta\rho}{c^2} \frac{dl_{prop}}{dz_L} dz_L. \quad (42)$$

Całkowanie uwzględnia jedynie fluktuacje gęstości $\delta\rho$ w każdej infitezymalnej warstwie o grubości dl_{prop} . Wprowadzono w powyższym wzorze także wielkości takie jak: odległości na podstawie pomiarów rozmiarów kątowych pomiędzy obserwatorem a soczewką, soczewką a źródłem, obserwatorem a źródłem (odpowiednio d_{OL} , d_{LS} , d_{OS}), przesunięcie ku czerwieni soczewki i źródła – z_L i z_S . Dla wygody w dalszej części będą używane współrzędne *współporuszające* (co wykorzystuje fakt, iż *Millennium Simulation* została wykonana w płaskim Wszechświecie). *Współporuszająca* odległość do obiektu znajdującego się na przesunięciu ku czerwieni z jest zatem zdefiniowana jako:

$$r(z) = \int_0^z (1+z') \frac{dl_{prop}}{dz'} dz' = \int_0^z (1+z') \frac{c/H_0}{(1+z')\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}} dz'. \quad (43)$$

Odległość na podstawie pomiarów rozmiarów kątowych d można zapisać za pomocą *współporuszającej*: $d(z) = r(z)/(1+z)$. Opisane podejście zakłada branie pod uwagę tylko infitezymalnych warstw z materią, a co za tym idzie wzór (42) może zostać zamieniony na sumę po kolejnych płaszczyznach:

$$\kappa = \sum_i \kappa_i, \quad (44)$$

gdzie κ_i to konwergencja od pojedynczej warstwy. W takim razie konwergencja dla pojedynczej warstwy i może zostać zapisana następująco:

$$\kappa_i = \frac{4\pi G\rho_0}{c^2} (1+z_i)^3 \int_{r_{i1}}^{r_{i2}} \frac{r(R-r)}{(1+z_i)R} \frac{\delta\rho}{\rho} \frac{dr}{1+z_i}, \quad (45)$$

gdzie przez ρ_0 oznaczono średnią gęstość materii w obecnym Wszechświecie, natomiast r_{i1} i r_{i2} są granicami (*współporuszającymi*) i -tej warstwy, $R \equiv r(z_S)$ jest *współporuszającą* odległością do źródła. Dla bardzo cienkich warstw materii równanie definiujące κ_i można uprościć do postaci:

$$\kappa_i = \frac{4\pi G\rho_0}{c^2} (1+z_i) \frac{r_i(R-r_i)}{R} \int_{r_{i1}}^{r_{i2}} \frac{\delta\rho}{\rho} dr \equiv \frac{R-r_i}{R} \hat{\kappa}_i. \quad (46)$$

Zdefiniowaną powyższym równaniem wielkość $\hat{\kappa}_i$ można określić mianem *efektywnej* konwergencji (zwłaszcza dopóki nie ma się do czynienia z jakimkolwiek powiązaniem rozkładu materii i odległości do soczewkowanego źródła).

Na rozkłady materii w *Millennium Simulation* składają się wielkoskalowe tło oraz zwiralizowane halo ciemnej materii. Z zależności (46) można skorzystać przy użyciu rozkładu materii tła. Fluktuacje gęstości, $\frac{\delta\rho}{\rho}$, można znaleźć poprzez interpolację wartości δ_{ijk} dla każdego położenia $(r, r\vec{\beta})$. Zatem dla i -tej warstwy otrzymana zostanie *efektywna* konwergencja tła $\hat{\kappa}_i^{\text{bg}}$ poprzez całkowanie wzdłuż linii widzenia:

$$\hat{\kappa}_i^{\text{bg}}(\vec{\beta}) = \frac{4\pi G\rho_0}{c^2}(1+z_i) \int_{r_{i1}}^{r_{i2}} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^{\text{bg}}(r, r\vec{\beta})dr, \quad (47)$$

gdzie $\vec{\beta} = \vec{b}/r$ to odległość kątowa na niebie (a właściwie na mapie konwergencji). Przykładowe mapy konwergencji tła dla różnych przesunięć ku czerwieni umieszczono na rys. 5.

Natomiast wkład do konwergencji pochodzący od zwiralizowanych halo ciemnej materii może zostać znaleziony analitycznie. W kontekście słabego soczewkowania halo zostaną potraktowane jako osobliwe izotermiczne sfery o skończonym promieniu (rzutowanie modelu SIS opisanego w rozdziale 1). Gęstość powierzchniowa materii dla takiego modelu wyraża się wzorem:

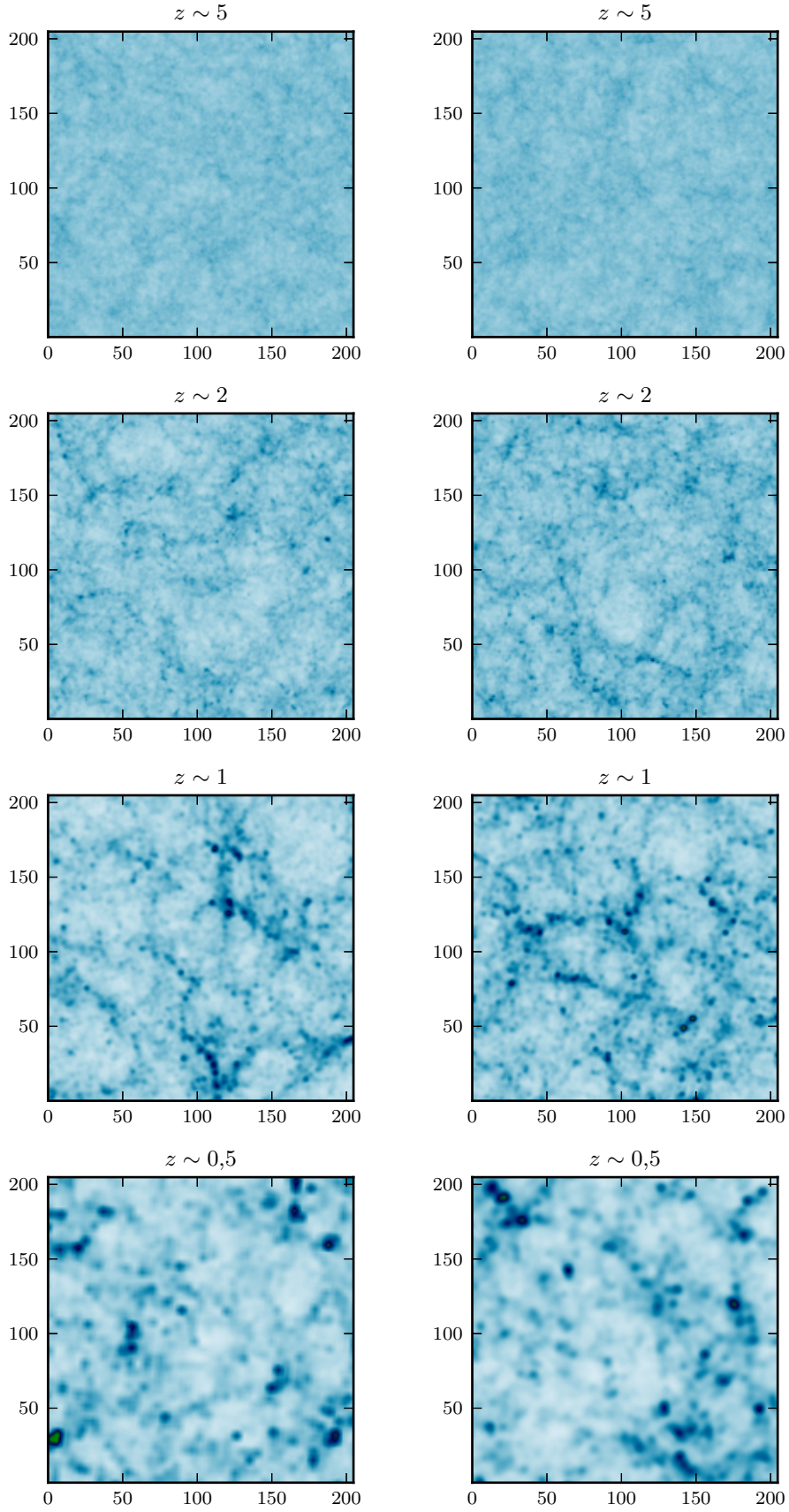
$$\Sigma(b) = \frac{v_{\text{vir}}^2}{4Gb} \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{1 - b^2/b_0^2} \right) \quad \text{dla } b \leq b_0, \quad (48)$$

gdzie b jest odległością od środka zrzutowanego halo, v_{vir} – prędkością wiralną halo (odpowiadającą prędkości rotacji), b_0 – granicznym promieniem halo. Halo ciemnej materii położone w pewnej warstwie o danym przesunięciu ku czerwieni daje wkład do całkowitej konwergencji poprzez gęstość powierzchniową, co można znaleźć w poniższej zależności:

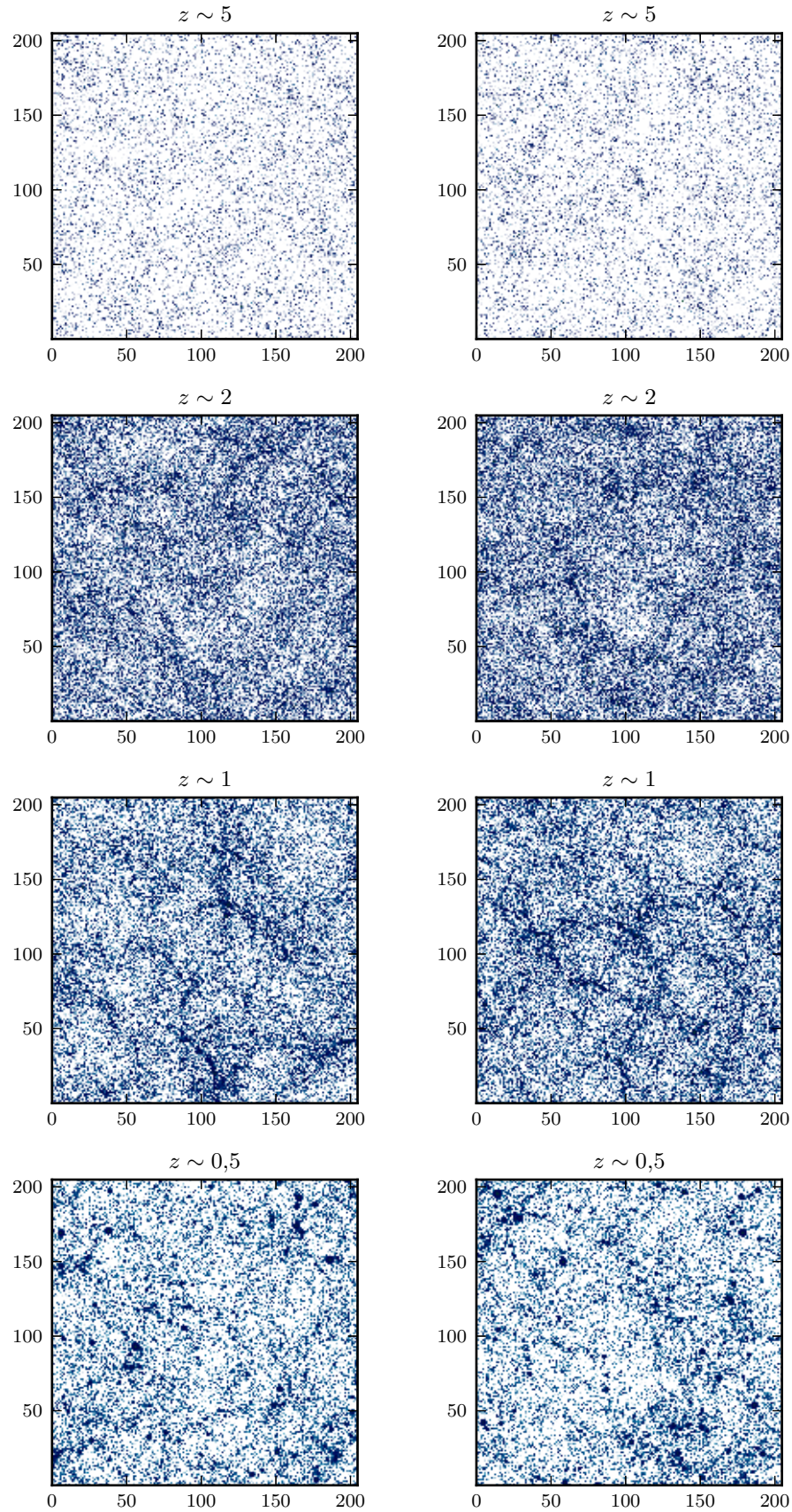
$$\kappa = \frac{\Sigma}{\Sigma_{\text{crit}}} \equiv \frac{\Sigma}{\frac{c^2}{4\pi G} \frac{d_{OS}}{d_{OL}d_{LS}}} = \frac{4\pi G\Sigma}{c^2} \frac{d_{OL}d_{LS}}{d_{OS}}. \quad (49)$$

Zastępując odległości rzeczywiste kątowymi ($\vec{\beta} = \vec{b}/d_{OL}$) oraz podstawiając $\Sigma(b)$ z równania (48), otrzymana zostanie *efektywna* konwergencja i -tej warstwy:

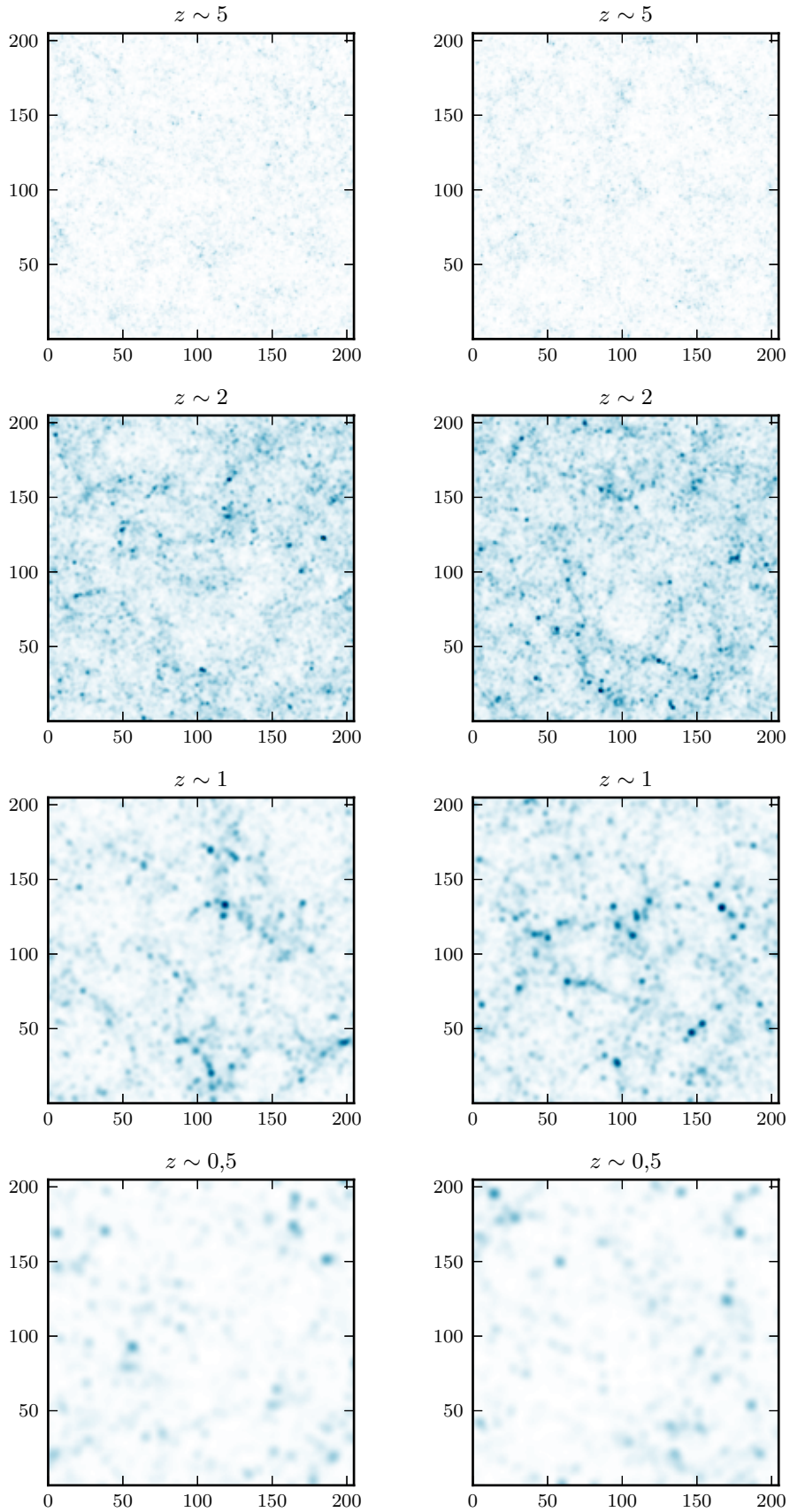
$$\hat{\kappa}_i^{\text{halo}}(\vec{\beta}) = \sum_j \frac{2v_{\text{vir},j}^2}{c^2} \frac{\tan^{-1} \left(\sqrt{1 - (\vec{\beta} - \vec{\beta}_j)^2/\beta_{0j}^2} \right)}{|\vec{\beta} - \vec{\beta}_j|}, \quad (50)$$



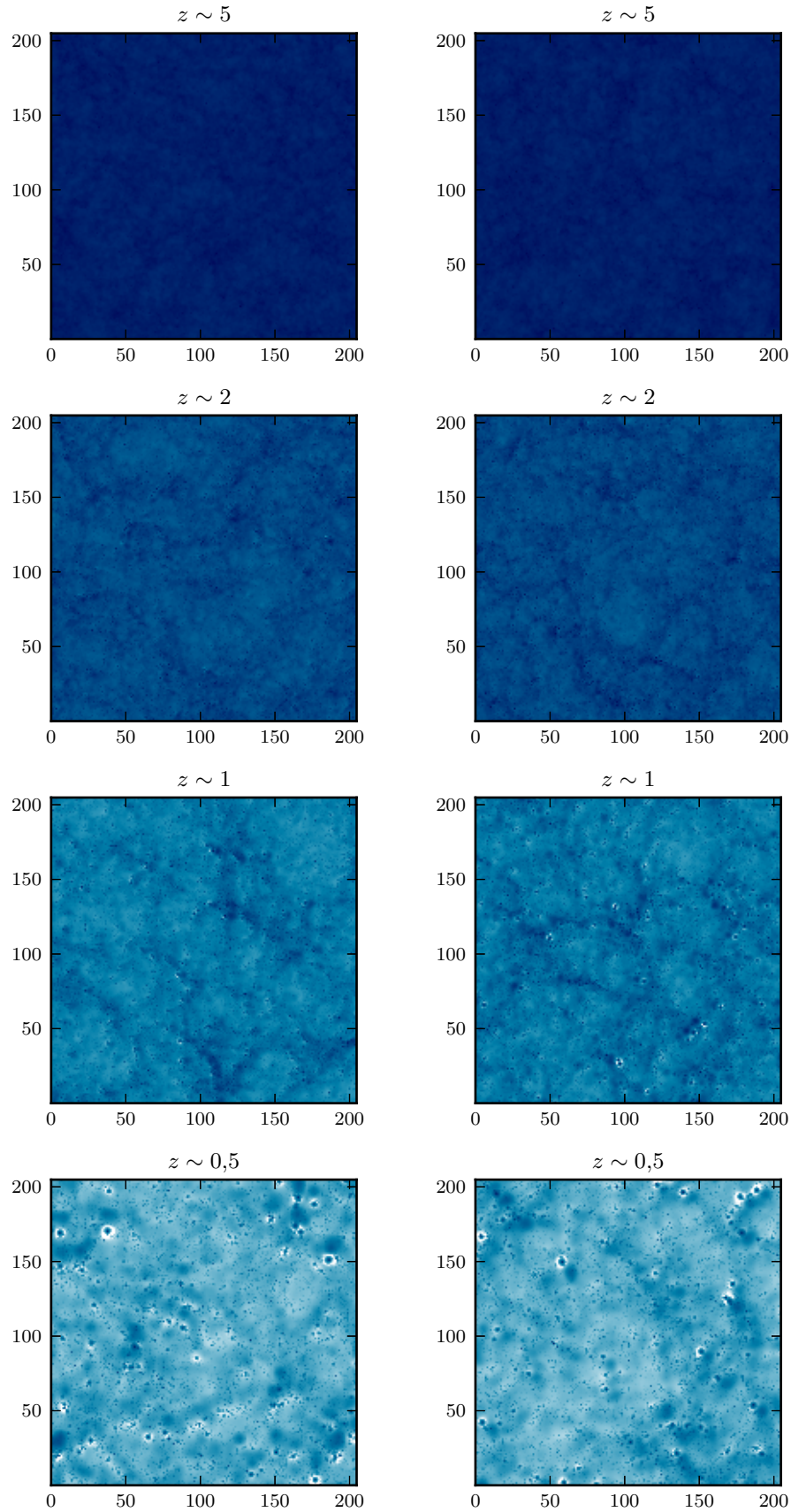
Rysunek 5. Mapy fluktuacji gęstości materii tła (κ^{bg}) w *Millennium Simulation* zrzutowane na dwuwymiarową siatkę o rozmiarach 2048×2048 . Przykładowe mapy dla dwóch różnych kierunków przy wybranych przesunięciach ku czerwieni $\sim 0,5; 2; 1; 5$. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku. Im bardziej intensywna barwa tym większa fluktuacja gęstości materii.



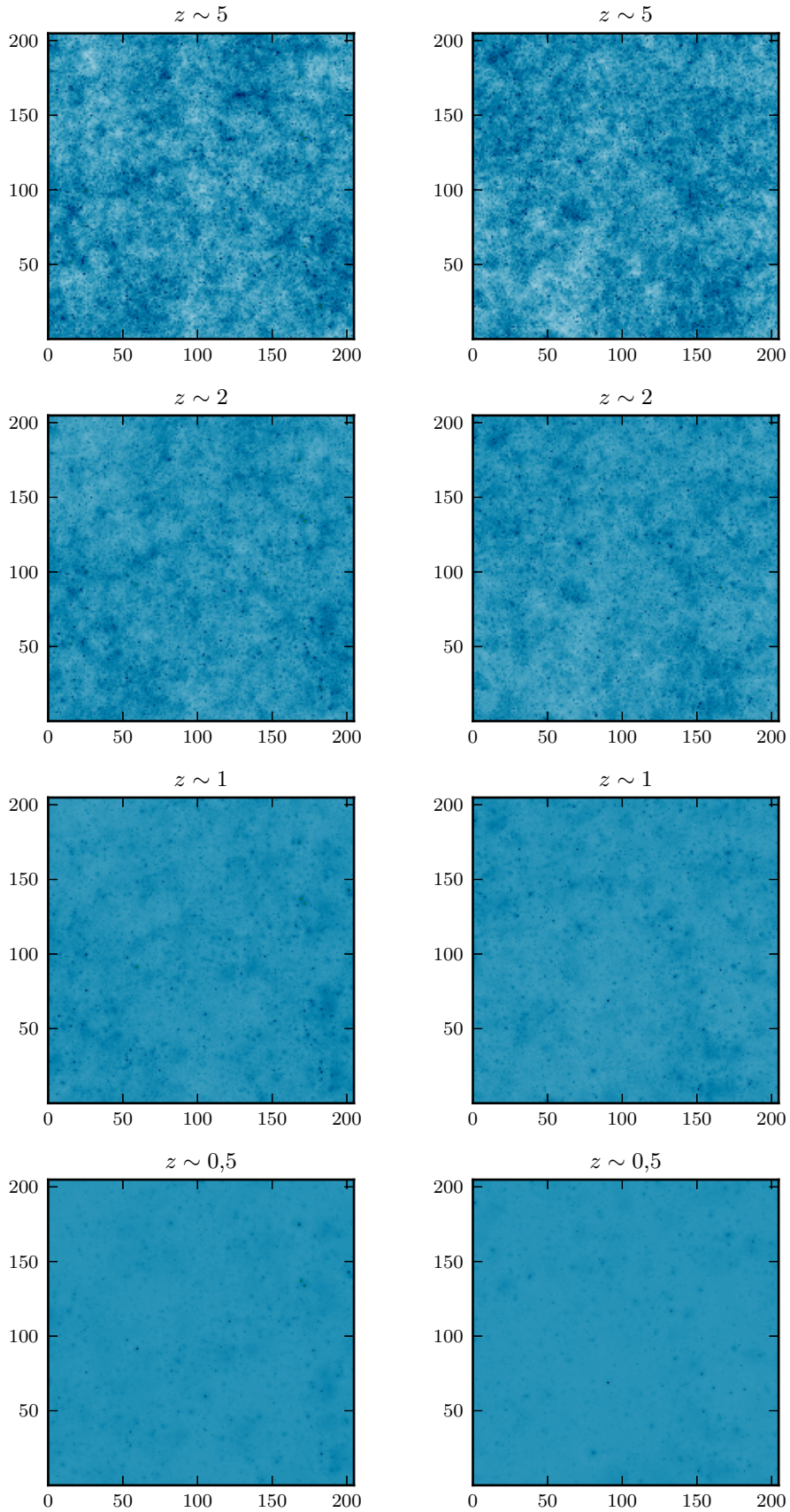
Rysunek 6. Mapy konwergencji rzutowanych halo ciemnej materii ($\hat{\kappa}^{halo}$) dla wybranych przesunięć ku czerwieni $\sim 0,5; 2; 1; 5$ i dwu różnych kierunków na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku. Im bardziej intensywna barwa tym większa wartość konwergencji.



Rysunek 7. Mapy konwergencji wygładzonych rozkładów gęstości halo ciemnej materii ($\hat{\kappa}^{smooth}$) dla wybranych przesunięć ku czerwieni $\sim 0,5; 1; 2; 5$ i dwu różnych kierunków na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku. Im bardziej intensywna barwa tym większa wartość konwergencji.



Rysunek 8. Mapy konwergencji κ_i dla wybranych przesunięć ku czerwieni $\sim 0,5; 1; 2; 5$. Pokazane dwa różne kierunki na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku. Im bardziej intensywna barwa tym większa wartość konwergencji.



Rysunek 9. Sumaryczne mapy konwergencji κ dla materii położonej pomiędzy obserwatorem a wybranymi przesunięciami ku czerwieni $\sim 0,5; 1; 2; 5$. Pokazane dwa różne kierunki na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku. Im bardziej intensywna barwa tym większa wartość konwergencji.

gdzie położenie środka j -tego halo oznaczono jako $\vec{\beta}_j$, rozmiary kątowe halo – β_{0j} .

Trzeba pamiętać, że badane powyżej halo ciemnej materii składają się z cząstek, które równocześnie są obejmowane przez rozkład gęstości tła. Aby żadna materia nie została wzięta pod uwagę dwukrotnie wkład od wszystkich halo został skompensowany poprzez odjęcie wygładzonego rozkładu materii halo (przy zachowaniu masy wszystkich halo) – $\hat{\kappa}_i^{\text{smooth}}$. Zastosowano filtr gaussowski w celu wygładzenia rozkładu gęstości powierzchniowej halo do skali tła (czyli $500/256 h^{-1}$ Mpc). Rysunki 6 i 7 pokazują różnice pomiędzy zrzutowanymi mapami halo ciemnej materii a wygładzonymi mapami.

Podsumowując, konwergencja na pewnym niedużym wycinku nieba zostanie zapisana jako suma wkładów od wielkoskalowego tła oraz halo ciemnej materii pomniejszona o wygładzony rozkład materii halo:

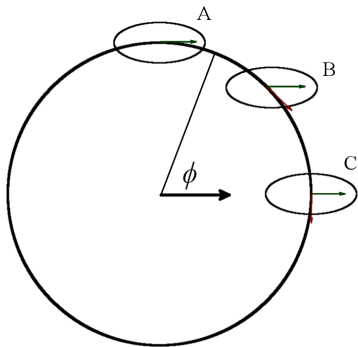
$$\kappa_i(\vec{\beta}) = (\hat{\kappa}_i^{\text{bg}}(\vec{\beta}) + \hat{\kappa}_i^{\text{halo}}(\vec{\beta}) - \hat{\kappa}_i^{\text{smooth}}(\vec{\beta})) \frac{R - r_i}{R}. \quad (51)$$

Mapy konwergencji κ_i dla warstw w różnych przesunięciach ku czerwieni można zobaczyć na rys. 8, natomiast na rys. 9 umieszczono mapy sumarycznej konwergencji pochodzącej od wszystkich warstw pomiędzy obserwatorem a danym przesunięciem ku czerwieni.

Mając do dyspozycji mapy konwergencji dla kolejnych warstw, można przejść do następnego etapu, czyli otrzymania map dwóch składowych ściśnięcia. W tym celu posłużono się szybką transformatą Fouriera (FFT) zaimplementowaną zgodnie z algorytmem podanym przez Press i in. (2002). Ponieważ algorytmy FFT zakładają z góry istnienie periodycznych warunków brzegowych, posługując się jedynie pewnym wycinkiem z symulacji *Millennium*, konieczne jest zwiększenie transformowanej mapy, a na dodanym obszarze położenie wartości równych zero (Press i in. 2002). Przeprowadzony został test z różnymi rozmiarami transformowanych map. W tym przypadku wystarczające okazało się dwukrotne zwiększenie rozmiaru, dalsze zwiększanie nie wpływało na dokładność otrzymywanych wyników, a jednocześnie wydłużało czas obliczeń.

3.2. Symulacja

Opisana w poprzednim podrozdziale metoda została wykorzystana do symulowania rozkładu materii w pięciu niezależnych kierunkach na niebie. Każdy z wybranych stożków w przestrzeni miał przekrój o wymiarach $204,8 \times 204,8$



Rysunek 10. Składowe ścinania styczna i krzyżowa. Zaznaczono obraz o $\gamma_1 = 0,3$ i $\gamma_2 = 0$ w trzech różnych położeniach. Oznaczono wersory: styczny (kolorem czerwonym) oraz krzyżowy (zielonym). Położenie A reprezentuje przypadek: $\phi = \pi/2, \gamma_t = 0,3, \gamma_x = 0,0$, położenie B reprezentuje przypadek: $\phi = \pi/4, \gamma_t = 0,0, \gamma_x = 0,3$, położenie C reprezentuje przypadek: $\phi = 0, \gamma_t = -0,3, \gamma_x = 0,0$. Dla przypadku A wersory styczny i krzyżowy są równoległe.

i docierał do przesunięcia ku czerwieni ~ 10 . Wewnątrz tego zakresu zmieściły się 52 infitezymalnie cienkie warstwy (powstałe w wyniku zrzutowania trójwymiarowych rozkładów materii). Rozdzielczość powstałych w ten sposób map konwergencji, a później również ścinania jest równa 0,1 (lub inaczej każda mapa zawiera 2048×2048 pikseli). Do wygenerowania map użyto informacji o zwiralizowanych halo ciemnej materii z katalogu *Virgo – Millennium* (najważniejsze z nich w kontekście badania soczewkowania grawitacyjnego to położenie halo, jego masa wiralna, prędkość wiralna oraz promień wiralny). Rozkład gęstości materii tła został zrzutowany z podaną powyżej rozdzielczością 0,1 przy wykorzystaniu interpolowanych wartości zaburzeń gęstości z trójwymiarowej symulacji. Dodatkowym elementem danych zapamiętanym w symulacji pozostały dokładne położenia halo ciemnej materii, potrzebne w celu m.in. badania korelacji pomiędzy ścinaniem a położeniem soczewek i źródeł.

Jednym z zastosowań tego typu symulacji może być badanie wartości ścinania, a zwłaszcza składowej stycznej γ_t , przy różnych rozkładach dotyczących soczewek, źródeł, ich wzajemnych położenia i odległości. Dla pełności obrazu zbadana też zostanie składowa krzyżowa ścinania γ_x . Oczekiwana wartość średniej składowej krzyżowej ścinania jest równa zeru (można uznać to za jeden z pierwszych sprawdzianów stosowanego podejścia). Te dwie wymienione powyżej wielkości, γ_t i γ_x , można zapisać za pomocą poniższych równań:

$$\gamma_t(\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_2) = -\gamma_1(\vec{\beta}_2) \cos(2\phi_{12}) - \gamma_2(\vec{\beta}_2) \sin(2\phi_{12}) \quad (52)$$

$$\gamma_x(\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_2) = +\gamma_1(\vec{\beta}_2) \sin(2\phi_{12}) - \gamma_2(\vec{\beta}_2) \cos(2\phi_{12}) \quad (53)$$

Zdefiniowane w rozdziale 1 składowe ścinania γ_1 i γ_2 są tutaj mierzone w punkcie $\vec{\beta}_2$, natomiast składowe styczna i krzyżowa w punkcie $\vec{\beta}_1$, co może odpowiadać położeniu soczewki ($\vec{\beta}_1$) i źródła ($\vec{\beta}_2$). Kąt ϕ_{12} został zdefiniowany

poprzez kierunek na niebie wektora $\vec{\Theta} \equiv \vec{\beta}_2 - \vec{\beta}_1$. Na rysunku 10 przedstawiono schematycznie ideę składowych stycznej i krzyżowej. Rysunki 11 i 12 przedstawiają mapy składowych ścinania, γ_1 i γ_2 , pochodzącego od materii z warstwy o zadanym przesunięciu ku czerwieni. Natomiast mapy składowych ścinania z rys. 13 i 14 obrazują wkład od wszystkich warstw materii pomiędzy obserwatorem a zadanym przesunięciem ku czerwieni.

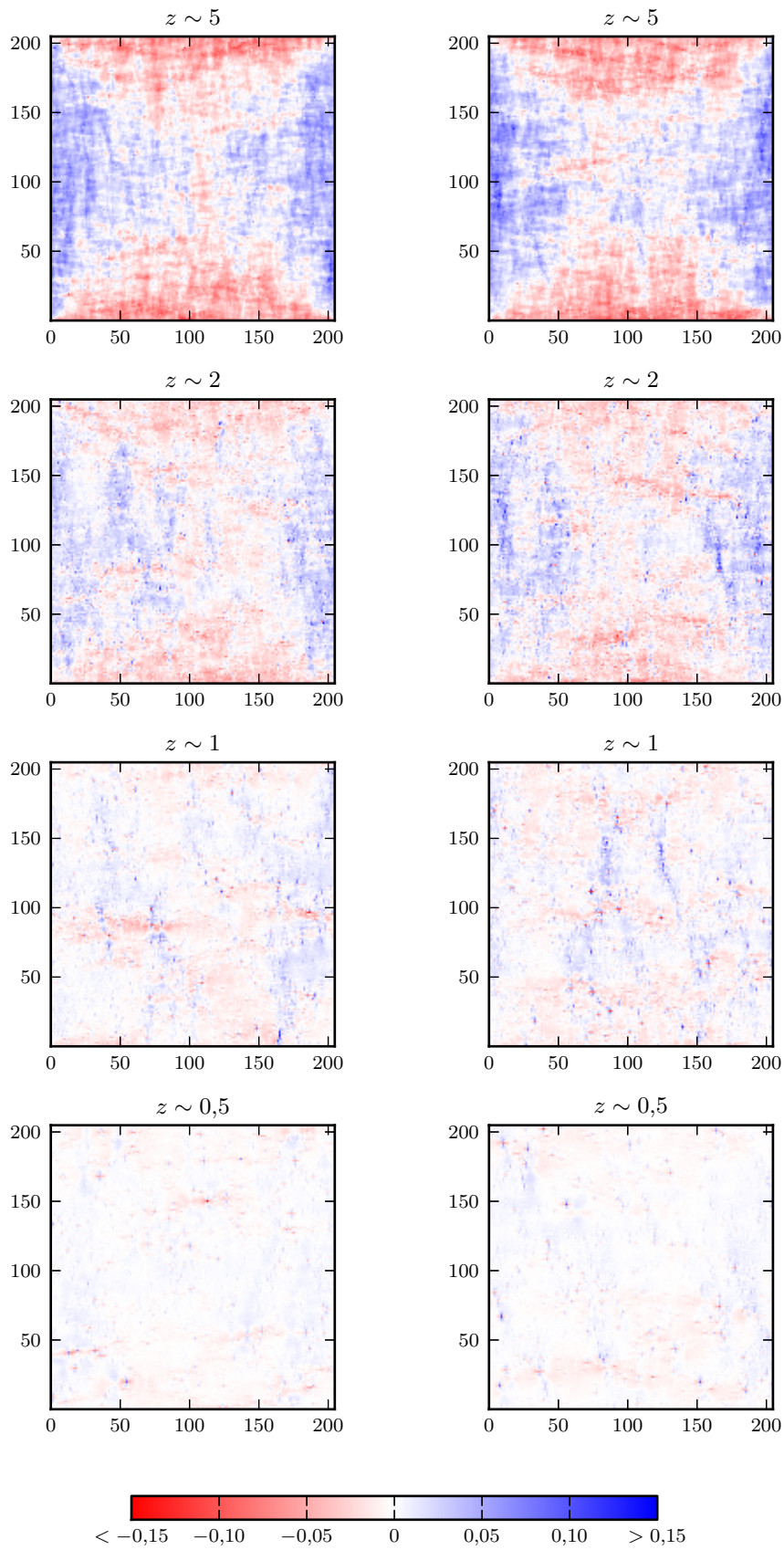
Ideą całej symulacji jest podanie takich statystyk dla ścinania pochodzącego z symulowanego rozkładu materii, które byłyby porównywalne z obserwacjami. W tym celu należy uśrednić każdy z komponentów ścinania oddzielnie po wszystkich parach soczewka – źródło występujących na badanych mapach, co odpowiadałoby wynikowi uzyskiwanemu w typowych przeglądach nieba przeprowadzanych pod kątem mierzenia słabego soczewkowania grawitacyjnego. Wartości składowych podaje się w zależności od separacji wyrażonej w przybliżeniu przez kąt $\Theta \approx |\vec{\beta}_i - \vec{\beta}_j|$:

$$\gamma_t(\Theta) = \frac{1}{N_{ij}} \sum_{|\vec{\beta}_i - \vec{\beta}_j| \approx \Theta} \gamma_t(\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j), \quad (54)$$

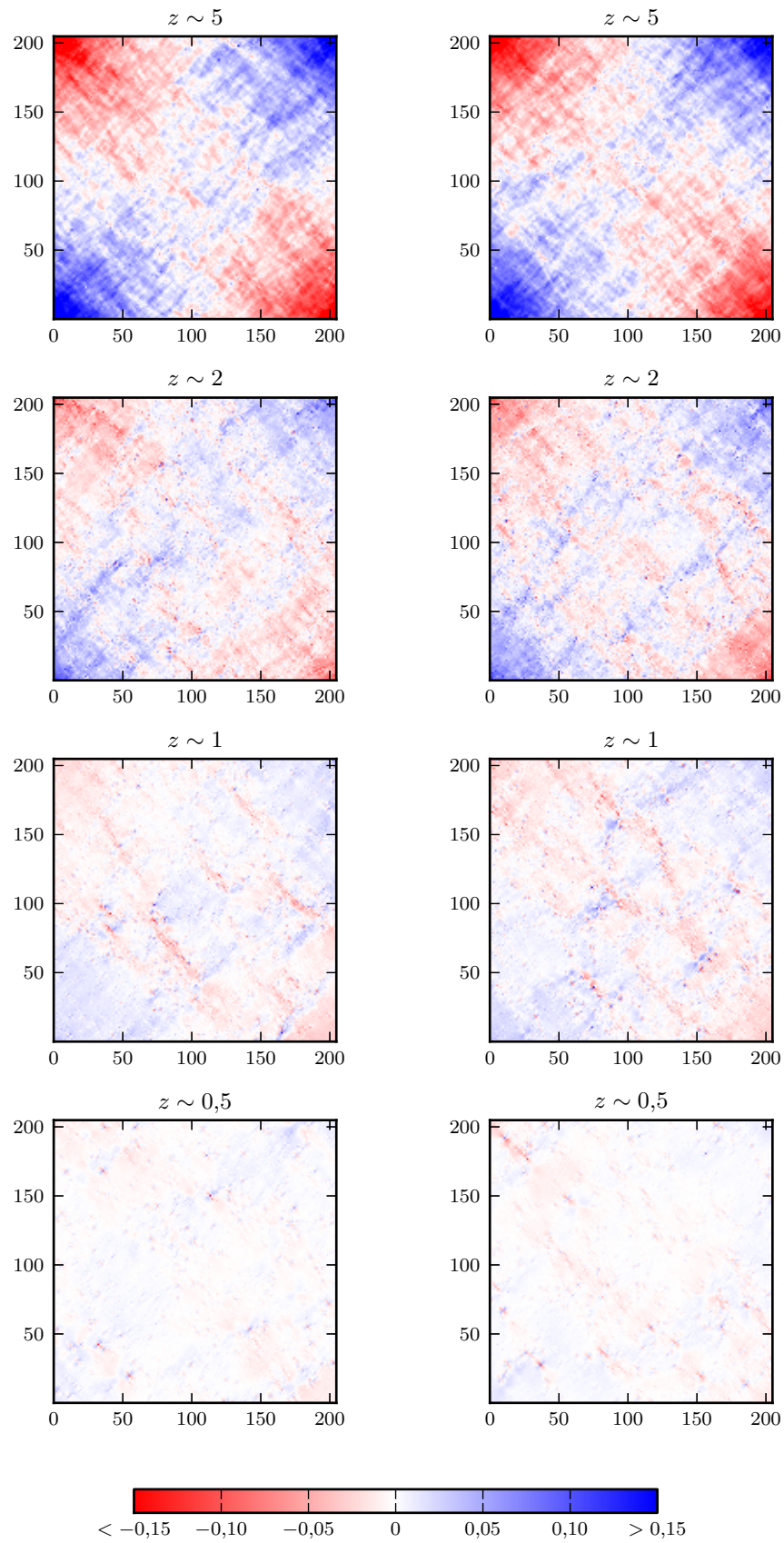
$$\gamma_x(\Theta) = \frac{1}{N_{ij}} \sum_{|\vec{\beta}_i - \vec{\beta}_j| \approx \Theta} \gamma_x(\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j), \quad (55)$$

gdzie N_{ij} jest liczbą par soczewka – źródło znalezionych na mapach, $\vec{\beta}_i$ i $\vec{\beta}_j$ – odpowiednio położenia i -tej soczewki i j -tego źródła. Poszczególne składowe $\gamma_t(\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j)$ i $\gamma_x(\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j)$ zostały obliczone w stosunku do położenia i przesunięcia ku czerwieni źródła.

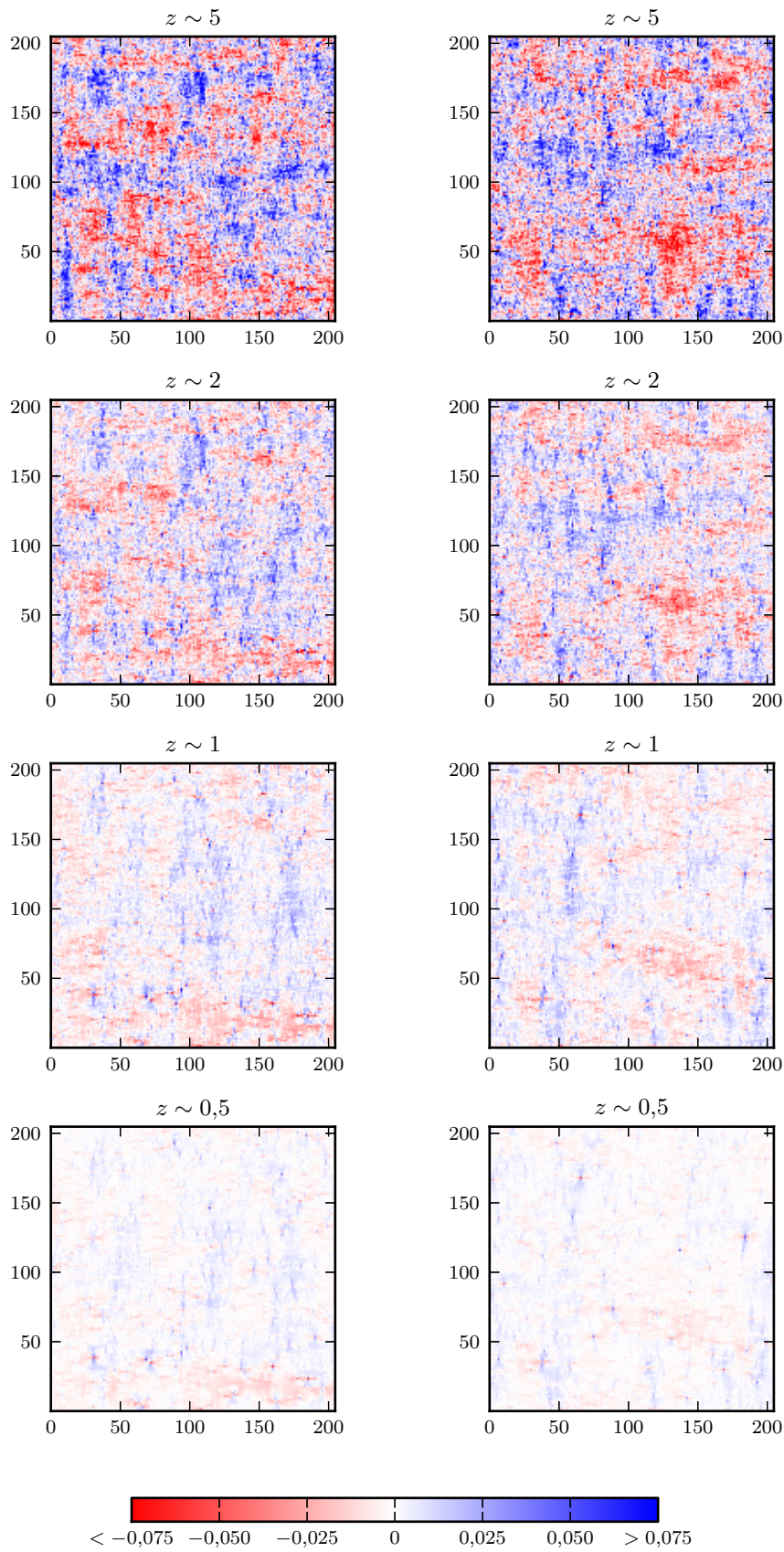
Przy odtwarzaniu wyników obserwacji poprzez symulację kluczowy jest wybór dwu zestawów halo ciemnej materii, które będą symulowały próbkę źródeł oraz soczewek. Dla przykładu w pracy Parker i in. (2007) nie zostały użyte informacje dotyczące przesunięcia ku czerwieni, ale obserwowanej jasności obiektów (w szczególności w filtrze i'). Za soczewki uznano jasne obiekty o jasności z zakresu $19 < i' < 22$, natomiast ciemniejsze ($22,5 < i' < 24,5$) zostały potraktowane jako potencjalne źródła. Katalog obiektów zidentyfikowanych w *Millennium Simulation* jako zwiralizowane halo ciemnej materii zawiera także jasności absolutne w kilku różnych filtrach dla galaktyk skorelowanych z poszczególnymi halo. Te wartości byłyby wystarczające do otrzymania jasności obserwowanych (także w filtrze i') dla większości obiektów znajdujących się na niedużych przesunięciach ku czerwieni ($z < 1$). Niestety brak informacji o emitowanym promieniowaniu UV uniemożliwia otrzymanie poprawnych



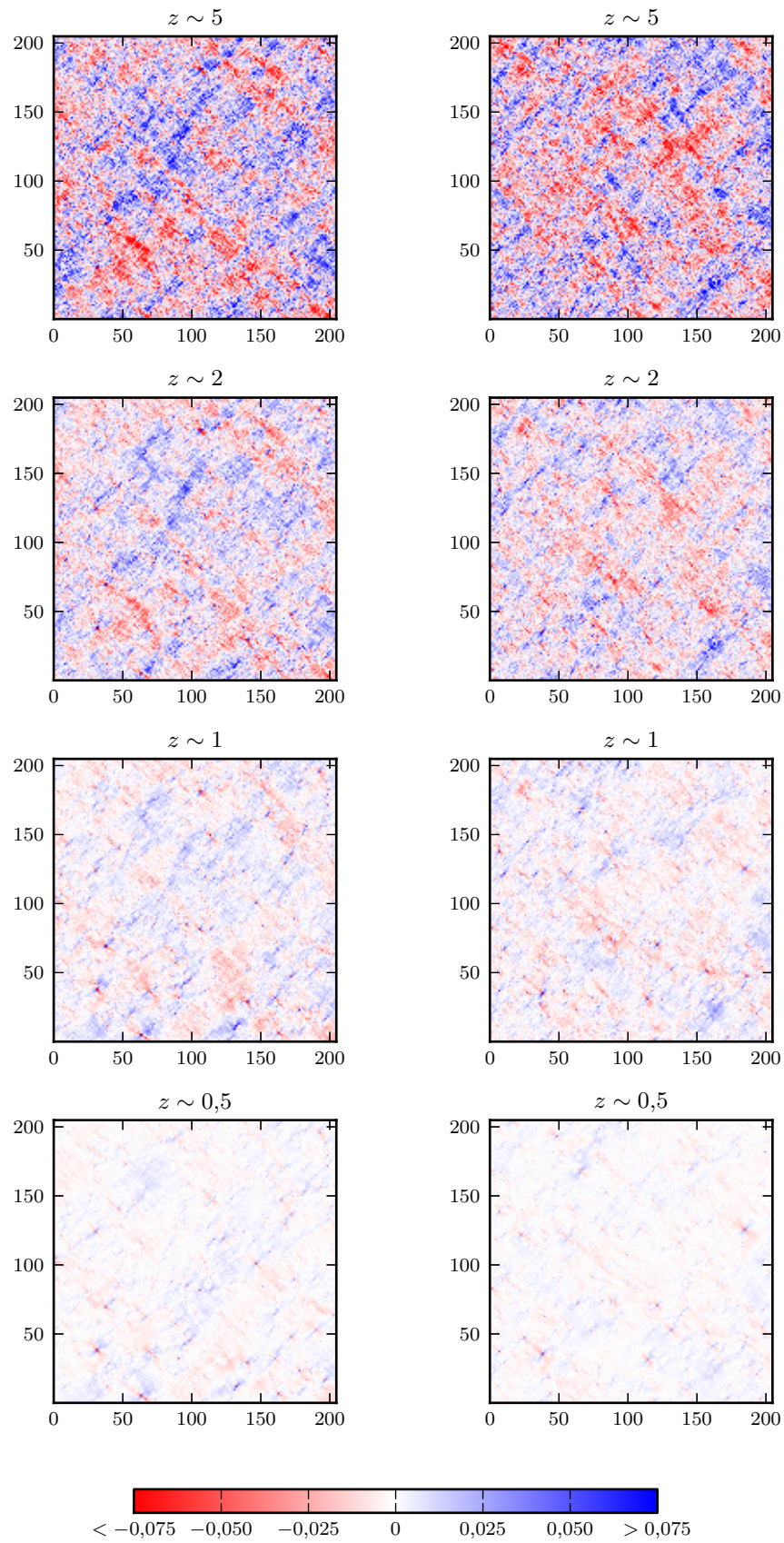
Rysunek 11. Mapa składowej ścinania, γ_1 , pochodzącego od materii z kolejnych warstw o $z \sim 0,5; 2; 1; 5$, położonej w dwóch losowych kierunkach na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku.



Rysunek 12. Mapa składowej ścinania, γ_2 , pochodzącego od materii z kolejnych warstw o $z \sim 0,5; 2; 1; 5$, położonej w dwóch losowych kierunkach na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku.



Rysunek 13. Sumaryczne mapy składowej ścinania, γ_1 , pochodzącego od materii położonej pomiędzy obserwatorem a warstwą o $z \sim 0,5; 2; 1; 5$. Pokazane dwa różne kierunki na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku.



Rysunek 14. Sumaryczne mapy składowej ścinania, γ_2 , pochodzącego od materii położonej pomiędzy obserwatorem a warstwą o $z \sim 0,5; 2; 1; 5$. Pokazane dwa różne kierunki na niebie. Współrzędne na mapach zostały wyskalowane w jednostkach minut łuku.

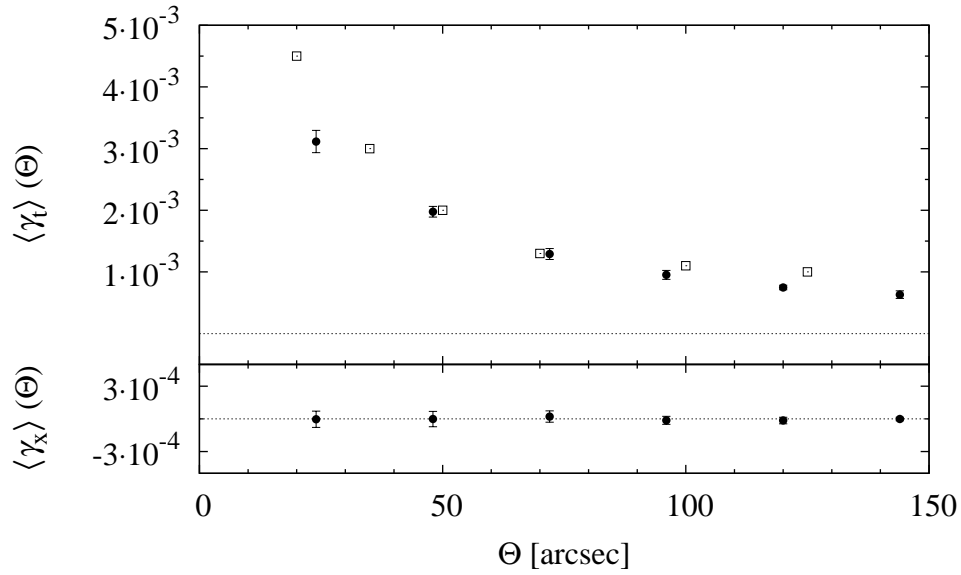
wartości dla obiektów bardziej odległych. Z tego powodu zamiast korzystać z zaprezentowanych przez Parker i in. (2007) zakresów jasności skorzystano z zaproponowanych przez tych samych autorów rozkładów przesunięć ku czerwieni $N(z)$ wyrażonych poprzez następujące równanie:

$$\frac{dN}{dz} \sim \frac{z^\alpha}{z_*^{\alpha+1}} \exp \left[- \left(\frac{z}{z_*} \right)^\beta \right], \quad (56)$$

gdzie z_* jest funkcją mediany przesunięć ku czerwieni w danej próbce obiektów (która jest zależna od obserwowanych jasności), stałe α i β zostały obliczone na podstawie obciążenia zakresów jasności przez Parker i in. (2007). W ten sposób wybrano pewną grupę halo znajdujących się na mapach tak, by ich liczby w poszczególnych epokach spełniały rozkład względem przesunięć ku czerwieni zaprezentowany powyżej dla potencjalnych soczewek. Podobnie powstała druga grupa – potencjalnych źródeł. Mediana przesunięcia ku czerwieni dla soczewek jest równa $\sim 0,4$, natomiast dla źródeł $\sim 0,9$ (Parker i in. 2007).

Na rysunku 15 przedstawiono porównanie pomiędzy pochodzącymi z badań Parker i in. (2007) a obliczonymi z opisaney powyżej symulacji wartościami składowych ścinania w funkcji kątowej separacji pomiędzy soczewką a źródłem Θ , uśrednionymi po wszystkich parach o separacjach kątowych z poszczególnych przedziałów. Dodatkowo wyniki pochodzące z pięciu różnych kierunków na niebie także uśredniono w celu zniwelowania efektów związanych z przypadkowym wyborem mniej lub bardziej gęstego obszaru. Zaznaczone słupki błędów wskazują na rozrzut pomiędzy poszczególnymi mapami. Zgodność dla składowej stycznej nie jest idealna, niemniej wystarczająca, żeby stwierdzić słuszność zastosowania przybliżenia Borna w przypadku symulowania propagacji światła w niejednorodnym Wszechświecie opisanym przez dane pochodzące z *Millennium Simulation*. Zanikanie składowej krzyżowej jest oczekiwane i zgodne z wcześniej otrzymanymi wynikami przez Parker i in. (2007). Ponieważ, jak widać z rys. 15, składowa krzyżowa ścinania jest w granicach błędu równa zeru, w dalszej części analiza będzie dotyczyć głównie składowej stycznej.

Kolejnym ważnym aspektem w przedstawianych badaniach jest poszukiwanie zależności wartości średniego ścinania od separacji pomiędzy soczewkami i źródłami, uwzględniając przesunięcie ku czerwieni badanych obiektów, oddzielnie soczewek i źródeł. Podobnie jak wcześniej wartość ścinania została obliczona w stosunku do położenia źródła (patrz równania (52) i (53)). W ogólności spodziewany jest wzrost wartości ścinania wraz ze wzrostem *odległości*



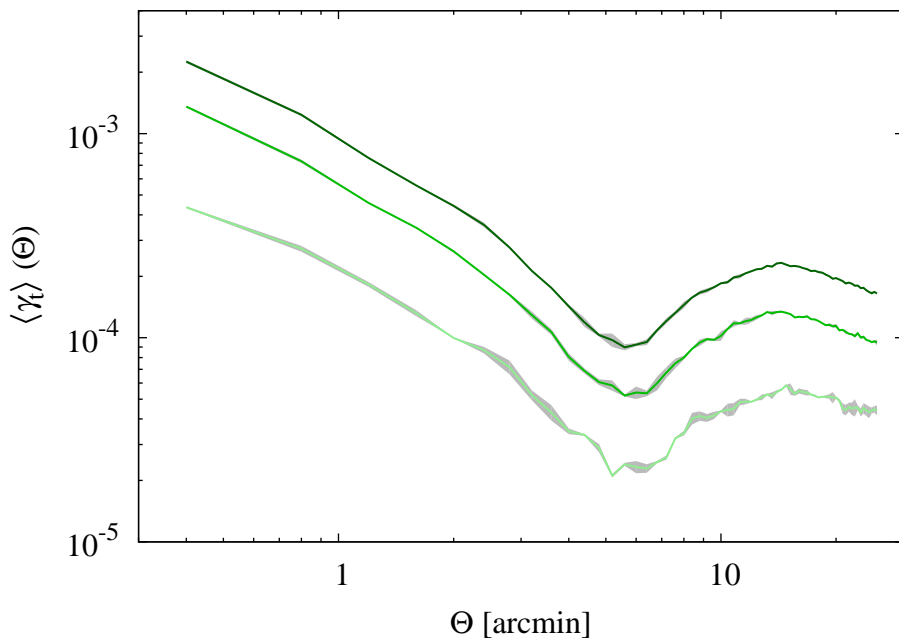
Rysunek 15. Średnie składowe styczna i krzyżowa ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$ i $\langle \gamma_x \rangle$, versus separacja pomiędzy soczewką a źródłem, Θ . Wyniki symulacji (punkty ze słupkami błędów) są porównane z wynikami obserwacji zaprezentowanymi przez Parker i in. (2007), oznaczone jako puste kwadraty. Słupki błędów pokazują rozrzut pomiędzy pięcioma użytymi mapami.

źródła od zadanej populacji soczewek. Podobnie dla zadanej populacji dalekich źródeł wartość ścinania również powinna rosnąć tym razem przy malejącej *odległości* źródeł do soczewek. Przez *odległość* rozumie się dystans pomiędzy płaszczyzną źródeł a płaszczyzną soczewek.

W całej symulacji jako soczewek użyto halo ciemnej materii o masie większej niż $10^{11} h^{-1} M_{\odot}$. Badane obiekty (soczewki i źródła) zostały podzielone na trzy przedziały w zależności od ich przesunięcia ku czerwieni:

1. $0,4 \leq z < 0,8$
2. $0,8 \leq z < 1,2$
3. $1,2 \leq z \leq 2,0$.

Rysunki 16 i 17 pokazują zależność średniej wartości składowej stycznej ścinania od odległości kątowej soczewka – źródło, dla różnych populacji soczewek i źródeł. Pierwszy z nich pokazuje ścinanie wywoływane przez soczewki znajdujące się tylko w przedziale 1. przesunięć ku czerwieni ($0,4 \leq z_L < 0,8$). Dla porównania zaznaczono wartość ścinania obliczonego dla źródeł z poszczególnych trzech przedziałów przesunięć ku czerwieni. Na kolejnym rysunku

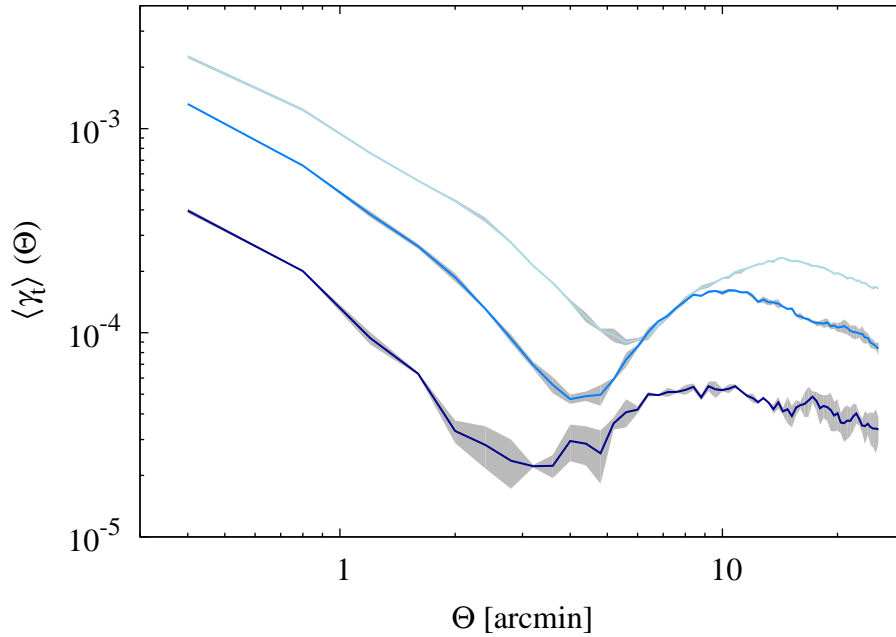


Rysunek 16. Średnie wartości składowej stycznej ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$, w funkcji separacji pomiędzy soczewką a źródłem, Θ . Soczewki umieszczone zostały w 1. przedziale przesunięć ku czerwieni, źródła w kolejnych trzech różnych przedziałach (im ciemniejszy kolor linii, tym źródła znajdują się dalej). Szare obszary wokół linii pokazują rozrzut pomiędzy wyrybranymi mapami.

przedstawiono z kolei średnie ścinanie pochodzące od trzech różnych populacji soczewek względem źródeł umieszczonych w przedziale 3. przesunięć ku czerwieni ($1,2 \leq z_s \leq 2,0$).

Spodziewane zachowanie wartości średniej składowej stycznej ścinania przy zmianach *odległości* jest zgodne z przedstawionymi wyżej przewidywaniami. Oba wykresy pokazują jednak, że składowa styczna ścinania początkowo maleje wraz ze wzrostem kątowej odległości pomiędzy soczewką a źródłem, a następnie zaczyna rosnąć, by ponownie maleć dla dużych wartości Θ . Dla różnych populacji źródeł przy tej samej populacji soczewek efekt wygląda podobnie niezależnie od przesunięcia ku czerwieni źródeł, kluczowe zmiany w zachowaniu średniej wartości ścinania można zaobserwować dla tych samych wartości separacji. Natomiast zmieniając populacje soczewek przy ustalonej populacji źródeł widać, że zmiana tendencji w wartościach ścinania zachodzi przy różnych wartościach Θ .

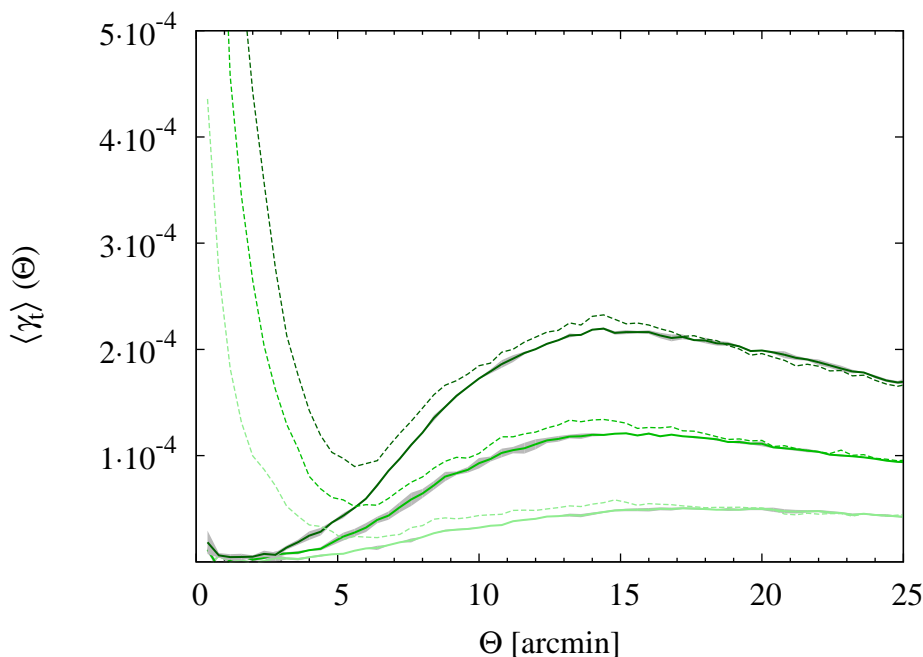
Wnioskiem płynącym z powyższej analizy wykresów na rys. 16 i 17 jest to, że za wartość ścinania odpowiadają oddzielnie pojedyncze, silnie skoncentrowane halo ciemnej materii (w małych skalach) oraz materia pochodząca od tła wielkoskalowych struktur (w dużych skalach). Warto zwrócić uwagę, że



Rysunek 17. Średnie wartości składowej stycznej ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$, w funkcji separacji pomiędzy soczewką a źródłem, Θ . Soczewki umieszczone zostały w trzech różnych przedziałach przesunięć ku czerwieni (im ciemniejszy kolor linii, tym soczewki znajdują się dalej), źródła umieszczone w jednym wybranym przedziale (przedział 3.). Szare obszary wokół linii pokazują rozrzut pomiędzy wybranymi mapami.

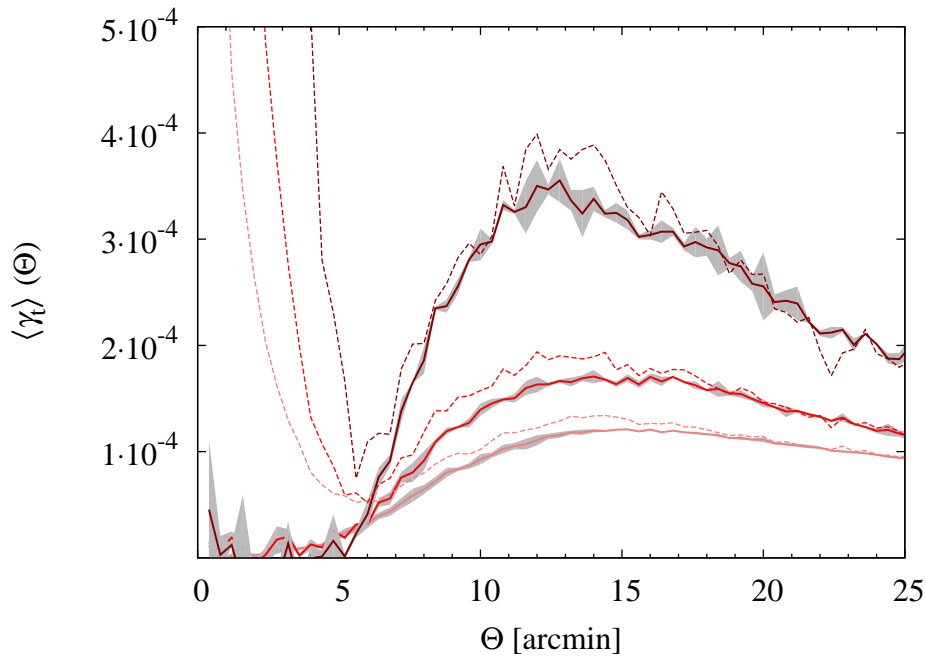
masywne halo, które zostały wybrane jako soczewki, występują zwykle w otoczeniu o wyższej wartości gęstości materii tła, co implikuje większy wkład na dużych skalach Θ .

W celu upewnienia się, że za wzrost wartości ścinania w dużych skalach ($\Theta \gtrsim 5'$) odpowiedzialne jest wielkoskalowe tło, przeprowadzono ponowną symulację, używając rozkładów materii tylko z wkładem pochodzącym od wielkoskalowego tła. Obliczenia zostały przeprowadzone względem tych samych położeń, w których poprzednio umieszczone były halo uznane za potencjalne soczewki, co gwarantuje porównywalność rozkładów ścinania. Badane soczewki oraz tło należały do przedziału 1. przesunięć ku czerwieni, natomiast źródła umieszczono w trzech różnych zakresach. Na rysunku 18 przedstawiono wartość średniego ścinania pochodzącego od wielkoskalowego tła w zależności od separacji oraz sumaryczny efekt pochodzący od związanych grawitacyjnie halo (wszystkich o masie większej od $10^{11} h^{-1} M_\odot$) i materii tła. W małych skalach ścinanie pochodzące od tła dąży do zera, co jest związane z miejscami pomiaru ścinania nietożsamymi z maksimami gęstości materii tła. Wyobrażając sobie pomiar ścinania jako mierzenie średniej gęstości w obszarze o niewielkim promieniu, wartość ścinania będzie zależała od położenia tego obszaru, nie zaś



Rysunek 18. Porównanie wkładu od materii tła do ścinania z całkowitym efektem ścinania. Średnia wartość składowej stycznej ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$, w funkcji separacji między soczewką i źródłem, Θ . Soczewki położone w przedziale 1. przesunięć ku czerwieni o masach większych od $10^{11} h^{-1} M_{\odot}$, źródła w trzech różnych przedziałach (im ciemniejszy kolor linii, tym źródła znajdują się dalej). Linia ciągłą oznaczono wkład samego wielkoskalowego tła do ścinania, linią przerywaną – całkowitą wielkość ścinania. Szare obszary wokół linii pokazują rozrzut pomiędzy wybranymi mapami.

od jego rozmiaru. Stąd po uśrednieniu po wielu pomiarach końcowy wynik będzie w ogólności stałą funkcją gęstości. Ponieważ jednorodna warstwa materii nie wprowadzi deformacji obrazów, nie spowoduje tym samym wzrostu wartości ścinania. Przy dalszym wzroście rozmiaru badanych obszarów średnia gęstość materii wewnątrz stanie się malejącą funkcją odległości o środka obszaru, niezależnie od jego położenia. Ścinanie nie jest więc wtedy zaniebdywalne, co powoduje wzrost wartości średniej składowej stycznej ścinania (obserwowany na rys. 18 dla $\Theta \gtrsim 5'$). Wtedy też ścinanie pochodzące od tła zaczyna stanowić główny składnik obserwowanego sumarycznego efektu. Na coraz większych skalach (w badanym przypadku $\Theta \gtrsim 15'$) ścinanie znów maleje, co jest związane z maleniem fluktuacji gęstości materii. Natomiast na rysunku 19 przedstawiono oba efekty ścinania (pochodzące od halo i tła oraz tylko od tła) z uwzględnieniem różnych mas soczewek. Źródła umieszczone w przedziale 2. przesunięć ku czerwieni były badane w kontekście soczewek z przedziału 1., podzielonych pod względem masy na kolejne podprzedziały (halo o masie $> 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$, $> 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$, $> 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$). Wykres



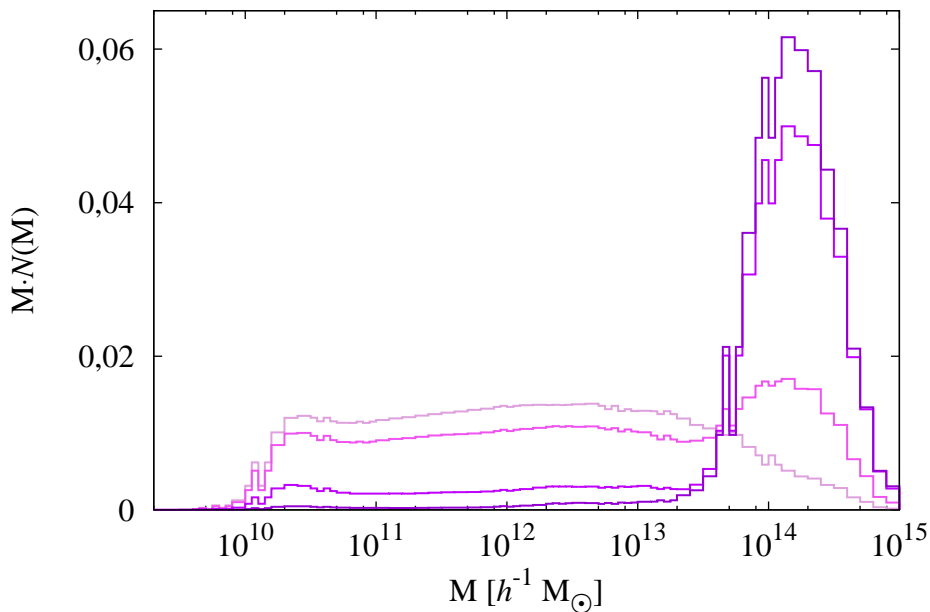
Rysunek 19. Porównanie wkładu od materii tła do ścinania z całkowitym efektem ścinania. Średnia wartość składowej stycznej ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$, versus separacja soczewka – źródło, Θ . Soczewki położone w przedziale 1., źródła w przedziale 3. przesunięć ku czerwieni. Wykresy dla różnych zakresów mas soczewek ($> 10^{11} h^{-1} M_\odot$, $> 10^{12} h^{-1} M_\odot$, $> 10^{13} h^{-1} M_\odot$, od jaśniejszych do ciemniejszych linii). Linia ciągłą oznaczono wkład samego wielkoskalowego tła do ścinania, linią przerywaną – całkowitą wielkość ścinania. Szare obszary wokół linii pokazują rozrzut pomiędzy wybranymi mapami.

wyraźnie pokazuje, że obecność halo ciemnej materii o większej masie jest skorelowana z otoczeniem o większej gęstości tła, a co za tym idzie wzrost ścinania związany z uwzględnieniem tła jest większy w przypadku masywniejszych obiektów.

W analizie kosmicznego ścinania istotnym zagadnieniem wydaje się zbadanie powiązania maksimów ścinania z położeniem masywnych halo ciemnej materii. W tym celu dla każdej mapy ścinania obliczono średnie ścinanie (składową styczną) w wiązках o różnym rozmiarze Θ :

$$\langle \gamma_t \rangle(\vec{\beta}_1, \Theta) = \frac{1}{\pi \Theta^2} \int_{|\vec{\beta}_2 - \vec{\beta}_1| < \Theta} d_2 \beta_2 \gamma_t(\vec{\beta}_1, \vec{\beta}_2). \quad (57)$$

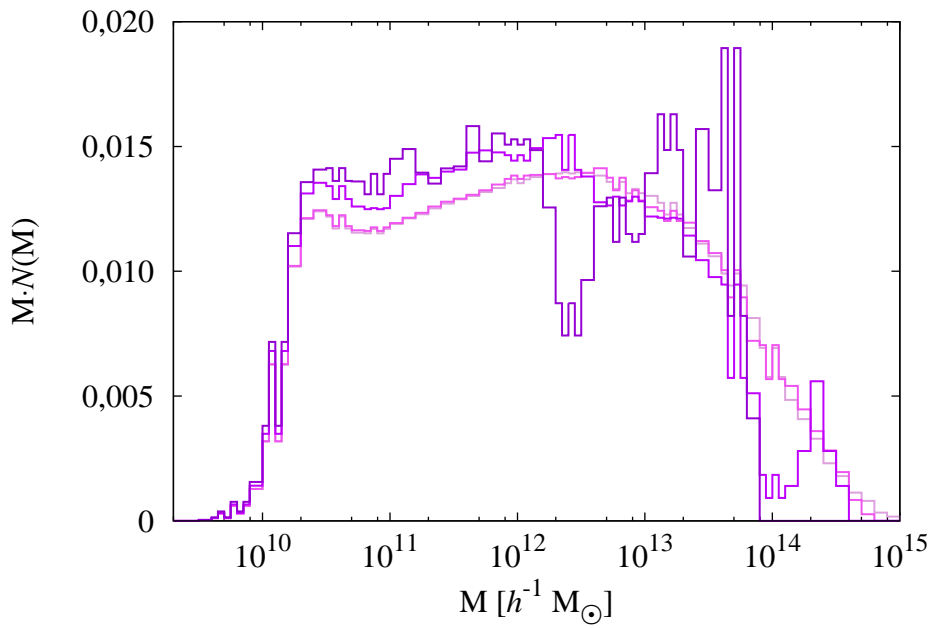
Dla porównania użyto wiązek o promieniach $\Theta = 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 16$ minut łuku. Mniejsze wiązki byłyby nie możliwe do obserwacji, natomiast w większych szukane informacje uległyby uśrednieniu. Na mapach ścinania każdy punkt siatki jest potencjalnym położeniem soczewki $\vec{\beta}_1$, a powyższe całkowanie uwzględnia wszystkie punkty siatki wewnątrz badanej wiązki. Każda taka



Rysunek 20. Znormalizowane widma masy wewnątrz wiązek o różnym promieniu (od 0,25 do 16', od koloru ciemnego do jasnego). Wiązki położone wokół *wysokich* maksimów ścinania ($\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$).

mapa średniego ścinania w wiązce została obliczona dla wybranego przesunięcia ku czerwieni źródeł: $z \sim 0,5; 1; 2; 5$. Wyniki dla przesunięcia ku czerwieni ~ 5 zostały przedstawione głównie w celach porównawczych, w takiej odległości od obserwatora może być zbyt mało potencjalnych źródeł, które umożliwią pomiar ścinania z odpowiednią dokładnością. Kluczowe dla późniejszego postępowania stało się tutaj stwierdzenie liczby masywnych halo ciemnej materii znajdujących się przed płaszczyzną źródeł (w celu ustalenia dalszych procedur – nieduża liczba maksimów umożliwi zbadanie indywidualnych przypadków, natomiast przy znaczącej liczbie konieczna byłaby bardziej szersza statystyczna analiza). Biorąc pod uwagę potencjalne soczewki o masie większej niż $10^{14} h^{-1} M_{\odot}$, znaleziono dla $z \lesssim 0,5$ od 22 do 37 obiektów, natomiast dla $z \lesssim 5$ od 119 do 150 w zależności od mapy. Jak widać, liczba potencjalnych maksimów ścinania nie uniemożliwia potraktowania każdego z nich indywidualnie.

Widmo rozkładu mas halo ciemnej materii znajdujących się wewnątrz wiązek skorelowanych z *maksimami o dużej wysokości* składowej stycznej ścinania znajduje się na rysunku 20, obok dla porównania rozkład mas dla wiązek położonych losowo na niebie (rys. 21). Przez *maksima o dużej wysokości* rozumie się miejsca na mapie ze średnią wartością składowej stycznej ścinania



Rysunek 21. Znormalizowane widma masy wewnątrz wiązek o różnym promieniu (od 0,25 do 16', od koloru ciemnego do jasnego). Wiazki położone losowo na mapach.

w wiązce o wybranym promieniu większą lub równą 0,03 (dalej w skrócie *wysokie maksimum*). Wykresy pokazują, że w wiązkach z *wysokimi maksimum* ścinania znajdują się halo o dużych masach. Niemniej może się zdarzyć, że halo o mniejszej masie będzie odpowiedzialne za takie *wysokie maksimum* ścinania. Dzieje się tak, gdyż efektywność soczewkowania grawitacyjnego jest bezpośrednio związana z masą halo, ale też odległością soczewki do obserwatora i do źródła. Przy korzystnej wartości iloczynu tych odległości $d_{OL}d_{LS}$ halo o mniejszej masie może wywołać większe ścinanie niż halo o znaczącej masie położone w mniej korzystnych odległościach. Stąd nie wszystkie *wysokie maksima* są skorelowane z halo ciemnej materii o bardzo dużych masach.

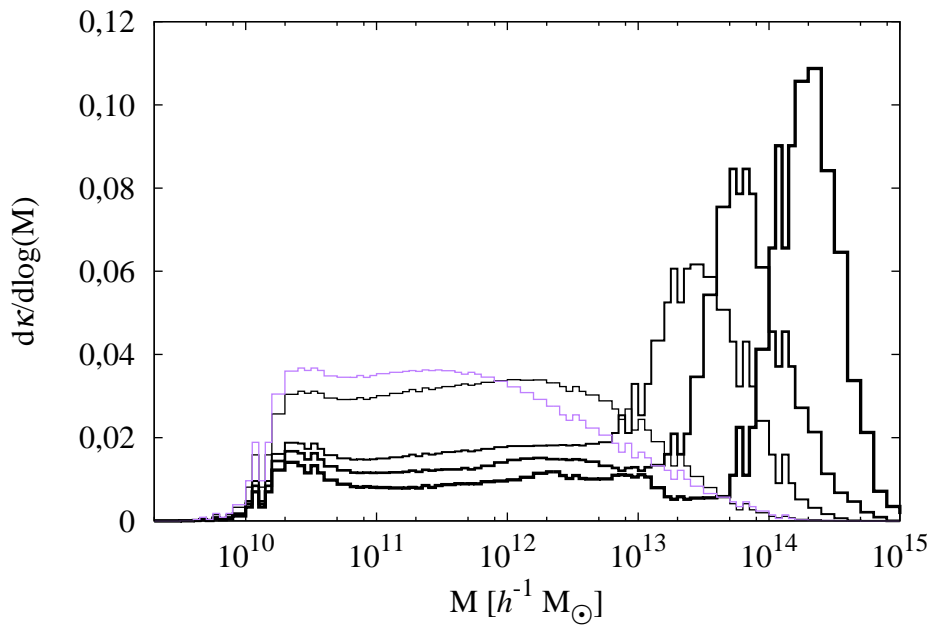
Rozkład położenia halo ciemnej materii został sprawdzony pod kątem *wysokich maksimum* ścinania, tzn. czy każde bardzo masywne halo ($> 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$) odpowiada za *wysokie maksimum*. Liczba par „masywne halo – *wysokie maksimum* ścinania” słabo zależy od szerokości wiązki (i jakkolwiek zależność tego typu można stwierdzić ewentualnie dla małych wiązek $\Theta \leq 1'$). Zawsze ponad połowa halo jest reprezentowana przez *wysokie maksima* składowej stycznej ścinania, odpowiednio dla przesunięć ku czerwieni $z \leq 0,5$ oraz $z \leq 1$ jest to 54%, $z \leq 2$ – 68%, $z \leq 5$ – 73%. Zwiększenie liczby reprezentowanych halo wraz ze wzrostem przesunięcia ku czerwieni jest związane z częstością występowania masywnych obiektów we wczesnych epokach ewolucji Wszechświata. Zatem po-

łożenie masywnych soczewek faworyzuje soczewkowanie obiektów położonych dalej.

Dla pełności obrazu sprawdzone zostały też mniej masywne halo (o masach $> 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$) znajdujące się wewnątrz badanych wiązek z *wysokim maksimum* ścinania. Tutaj istnieje silna zależność pomiędzy szerokością wiązki a liczbą obserwowanych w niej halo, w tym przypadku ograniczono się do bardzo wąskich wiązek, $\Theta = 0,25'$, tak by liczba badanych obiektów umożliwiała indywidualne podejście. W każdej z takich wiązek znaleziono co najmniej jedno halo o masie $> 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$, niemniej wiązki zawierające dwa lub trzy takie obiekty należą już do rzadkości (6% z całej próbki przy $z \sim 0,5$ oraz 18% przy $z \sim 5$). Dodatkowo w większości przypadków z kilkoma masywnymi soczewkami są to halo pochodzące z tej samej epoki, wiązki z halo z różnych epok stanowią odpowiednio 1,4% oraz 6,6% próbki wszystkich wiązek.

Jak można się domyślać, liczba *wysokich maksimumów* składowej stycznej ścinania nie jest zbyt duża. Jeżeli natomiast weźmie się pod uwagę wszystkie lokalne maksima, można zbadać znacznie większą próbkę. Lokalne maksima przyjmują wartości ścinania z dużego zakresu, głównie przedziału $(-0,05; 0,15)$. Ponownie można tutaj zbadać rozkład masy halo ciemnej materii wewnątrz wiązki, tym razem w zależności od wysokości maksimum, jednocześnie nie skupiając się już tylko na pojedynczych masywnych halo. Wartość średniej ze składowej stycznej ścinania, $\langle \gamma_t \rangle$, zależy od średniej konwergencji wewnątrz wiązki, $\langle \kappa \rangle$. Zatem wkład od poszczególnych halo będzie stanowił istotny czynnik w korelacji pomiędzy wartościami $\langle \kappa \rangle$ i $\langle \gamma_t \rangle$. Średnią gęstość powierzchniową masy wewnątrz wiązki, $\langle \Sigma \rangle$, otrzymano z podzielenia masy halo znajdującego się w wiązce przez przekrój czynny wiązki (co jest poprawnym postępowaniem dopóki rozmiary halo i przekroje czynne wiązek nie są do siebie zbliżone). Wkład pojedynczego halo do konwergencji całej wiązki może zostać zdefiniowany przez następujące wyrażenie: $d\kappa = \langle \Sigma \rangle / \Sigma_{crit}$.

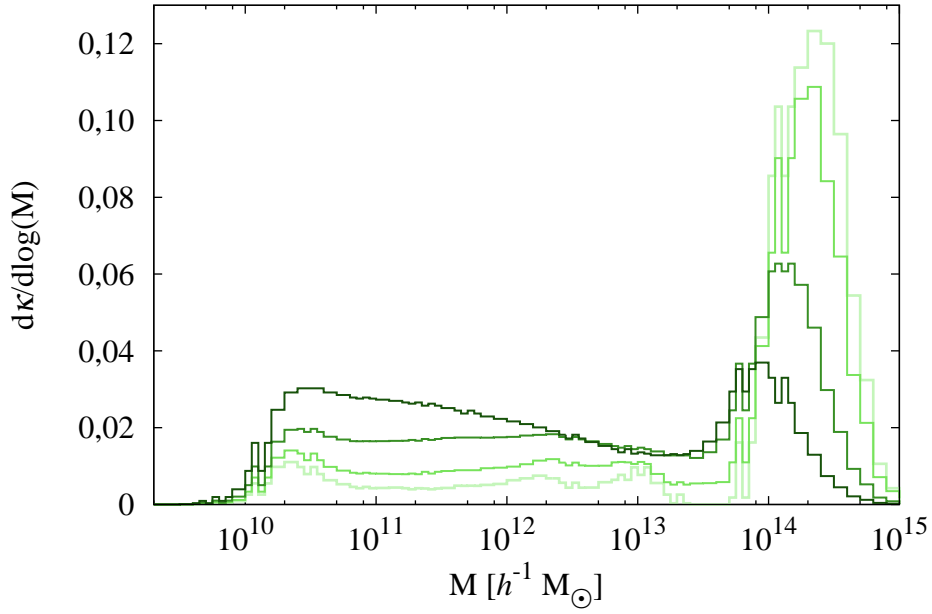
Na rysunku 22 można zobaczyć wyniki badań zależności widma masy wewnątrz wiązek związanych z lokalnymi maksimumami składowej stycznej ścinania o różnych wysokościach (wartości ścinania zostały podzielone na przedziały: $\langle \gamma_t \rangle \leq 0$; $0 < \langle \gamma_t \rangle \leq 0,01$; $0,01 < \langle \gamma_t \rangle \leq 0,02$; $0,02 < \langle \gamma_t \rangle < 0,03$; $\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$). Wykres przedstawia zależność dla źródeł o przesunięciu ku czerwieni $z_S \sim 1$. Zauważalne jest to, że dla największych wartości maksimum ($\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$) w wiązkach występują głównie halo o bardzo dużej masie. Dla mniejszych wartości lokalnych maksimumów największy wkład dają halo o mniejszych masach. Natomiast dla lokalnych maksimumów o wartościach w pobliżu zera nie



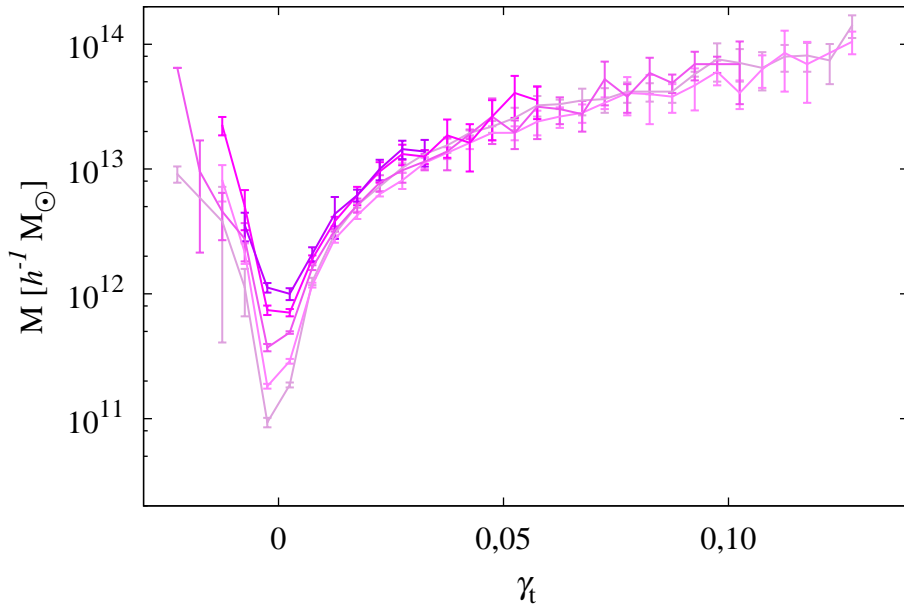
Rysunek 22. Widma masy w wiązce położonej wokół lokalnego maksimum ścinania w zależności od wysokości maksimum. Wszystkie wiązki o tym samym promieniu $\Theta = 1'$. Źródła o przesunięciu ku czerwieni $z_S \sim 1$. Wartości umieszczone na wykresie zostały znormalizowane. Na fioletowo zaznaczono widmo masy dla wiązek o ujemnej wartości ścinania ($\langle \gamma_t \rangle \leq 0$). Kolejne przedziały wartości ścinania ($\langle \gamma_t \rangle \in (0; 0,01], (0,01; 0,02], (0,02; 0,03)$ oraz $\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$) zostały oznaczone coraz grubszą linią.

było możliwe określenie żadnego dominującego zakresu mas halo, co przypomina przypadek wiązek wybieranych losowo na niebie, gdzie również nie można stwierdzić żadnej typowej masy halo odpowiadającej za wartości ścinania. Lokalne maksima ścinania o wartościach nie wiele mniejszych od zera podobnie nie wykazują znaczącej zależności od masy halo. Dla najbardziej ujemnych wartości ($\langle \gamma_t \rangle \leq -0,01$) znów dominują najmasywniejsze halo. Zbadanie dla największych wartości ścinania ($\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$) zależności widma masy od przesunięcia ku czerwieni źródeł przedstawiono na rysunku 23. Dla źródeł na dużych przesunięciach ku czerwieni nie ma silnej korelacji pomiędzy masą halo ciemnej materii a *wysokim maksimum*, gdyż *wysokie maksima* te identyfikowane są także z mniej masywnymi halo.

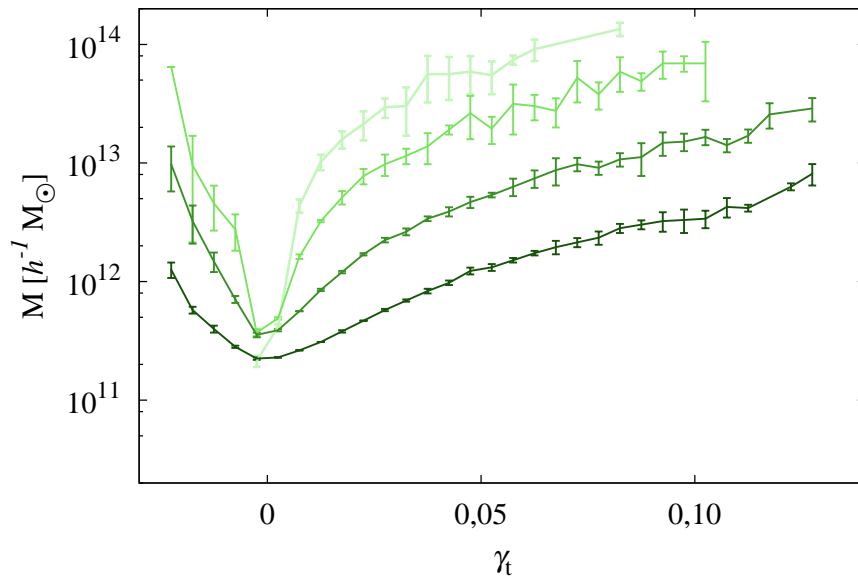
Warto zbadać również średnią masę halo w wiązках. Na rysunku 24 zaprezentowano wyniki badania wiązek o różnych promieniach, ($\Theta = 0,25; 0,5; 1; 2; 4$ minut łuku), ale dla jednego wybranego przesunięcia ku czerwieni źródeł $z_S \sim 1$. Podejście to sprawdza istnienie zależności pomiędzy średnią masą w wiązce a ścinaniem. Obliczenia wykonano w 30 wąskich przedziałach warto-



Rysunek 23. Widma masy w wiązce położonej wokół lokalnego maksimum ścinania dla różnych przesunięć ku czerwieni źródła. Wykres dotyczy jedynie *wysokich maksimumów* ($\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$). Źródła o czterech wybranych przesunięciach ku czerwieni $z_S \sim 0,5; 1; 2; 5$ (od koloru jasnego do ciemnego linii). Wartości umieszczone na wykresie zostały znormalizowane.

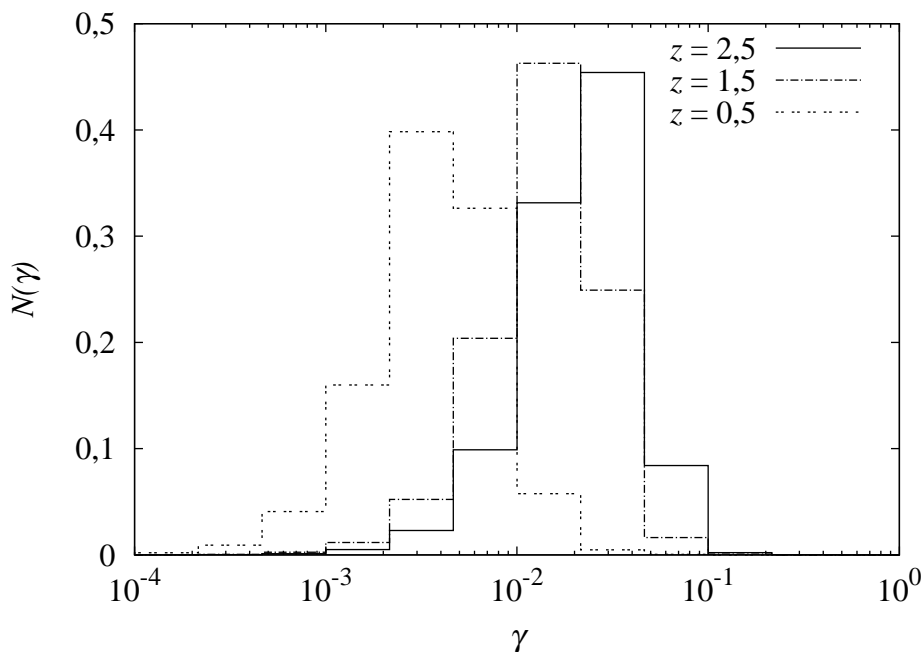


Rysunek 24. Zależność średniej masy halo ciemnej materii wewnątrz wiązki od wartości maksimum związanego z daną wiązką. Źródła umieszczone na przesunięciu ku czerwieni $z_S \sim 1$. Użyto wiązek o różnych promieniach z zakresu $[0, '25; 4']$, szerokość wiązki rośnie wraz z ciemniejszym kolorem linii. Słupki błędów oznaczają rozrzut pomiędzy poszczególnymi mapami.



Rysunek 25. Zależność średniej masy halo ciemnej materii wewnątrz wiązki od wartości maksimum związanego z daną wiązką. Źródła umieszczone na różnych przesunięciach ku czerwieni ($z_S \sim 0,5; 1; 2; 5$, od koloru jasnego do ciemnego linii) przy stałym rozmiarze wiązki $\Theta = 1'$. Słupki błędów oznaczają rozrzut pomiędzy poszczególnymi mapami.

ści ścinania, zakres szerokości wiązek został ograniczony z powodu niewielkiej liczby dużych wartości ścinania (a przez to sensowności uśredniania w takich zakresach). Rysunek ten potwierdza, że przy większej wartości bezwzględnej ścinania w wiązkach występują halo o większych masach, niezależnie od szerokości wiązki. Na kolejnym wykresie (rys. 25 – dla wybranej szerokości wiązki, $\Theta = 1'$, badanie średniej masy halo w wiązce wraz ze zmianą przesunięcia ku czerwieni źródeł, $z_S \sim 0,5; 1; 2; 5$) widać, że wraz ze wzrostem przesunięcia ku czerwieni źródeł zmniejszają się średnie masy halo w wiązkach, co wydaje się oczywistym efektem tego, że dla dużych przesunięć ku czerwieni bardzo masywne halo (czyli gromady galaktyk) występują rzadziej niż w bardziej współczesnych epokach. Dodatkowo dla odległych źródeł soczewki o mniejszych masach są potrzebne, by dać duży wkład do ścinania. Oba wykresy (rys. 24 i 25) pokazują, że dla ujemnych wartości ścinania zależność od masy halo wewnątrz wiązki jest podobna jak dla dodatnich wartości. Dla pełności obrazu zbadana została także średnia konwergencja tła materii pochodzącego z wielkoskalowych struktur. Okazuje się, że jakakolwiek korelacja jest za słaba, aby grała ważną rolę w powstawaniu maksimów ścinania. Stąd wniosek, że lokalne ujemne maksima muszą być powodowane przez średnio masywne halo położone w otoczeniu o niskiej gęstości materii tła.



Rysunek 26. Rozkład zewnętrznego ścinania w *Millennium Simulation* dla źródeł położonych na różnych przesunięciach ku czerwieni ($z_S = 0,5; 1,5; 2,5$).

3.3. Inne zastosowanie otrzymanych map kosmicznego ścinania

W modelowaniu zjawiska silnego soczewkowania grawitacyjnego często dodaje się wkład od wielkoskalowych rozkładów materii bądź związanych grawitacyjnie obiektów w pobliżu linii widzenia. Silna soczewka, którą często jest galaktyka, może znajdować się w gromadzie galaktyk, której potencjał grawitacyjny może stać się zaburzeniem symetrycznego rozkładu. Taki dodatkowy wkład, określany mianem zewnętrznego ścinania, został zdefiniowany i wstępnie opisany w podrozdziale 1.5. Dla przykładu znany jest fakt występowania w obserwacjach większej liczby soczewkowanych kwazarów o czterech obrazach w stosunku do liczby kwazarów z dwoma obrazami niż przewidują to modele soczewkowania grawitacyjnego. Nie jest to tylko artefakt pochodzący z selekcji obserwacyjnej, ale właśnie ujawnienie wpływu na liczbę obrazów otoczenia, w jakim znajduje się główna soczewka układu, a także odzwierciedlenie, co dzieje się z promieniami świetlnymi po drodze od źródła do obserwatora. Użyte w tym rozdziale przybliżenie Borna oraz metoda obliczania konwergencji i ścinania pozwala na otrzymanie dystrybucji zewnętrznego ścinania na poszczególnych mapach (a co za tym idzie różnych przesunięciach ku czerwieni, na których znajduje się „dodatkowa” materia). Sumując poszczególne wkłady

od kolejnych warstw pomiędzy obserwatorem a źródłem, obliczony został całkowity wkład od wszystkich struktur znajdujących się na linii widzenia. Na rysunku 26 znajdują się histogramy zewnętrznego ścinania dla trzech różnych przesunięć ku czerwieni. Nie wydaje się być zaskakujące, że średnia wartość zewnętrznego ścinania rośnie wraz z przesunięciem ku czerwieni (gdyż pod uwagę bierzemy coraz więcej materii). Pokazane histogramy zostaną użyte w rozdziale 4 przy symulowaniu rzeczywistego otoczenia soczewek grawitacyjnych i badaniach silnie soczewkowanych supernowych w *Millennium Simulation*.

3.4. Wnioski

W rozdziale tym zaprezentowano symulację propagacji promieni świetlnych we Wszechświecie skonstruowanym na podstawie wyników *Millennium Simulation*. Połączono informacje dotyczące wielkoskalowego rozkładu materii tła oraz katalog grawitacyjnie związanych halo ciemnej materii. Ponieważ masy halo były uwzględnione w fluktuacjach gęstości rozkładów materii udostępnionych z projektu *Millennium*, konieczne było skompensowanie ich obecności poprzez odjęcie wygładzonych rozkładów tychże halo. Zwrócono szczególną uwagę na to, aby masa została zachowana przy przeprowadzaniu tej procedury.

Halo ciemnej materii zostały opisane jako osobliwe izotermiczne sfery ze skończonym promieniem. Zrzutowane na dwuwymiarowe powierzchnie halo zachowywały ciągły rozkład na brzegach, a w celu uniknięcia centralnej osobliwości wprowadzono dodatkowy promień jądra i założono stałą gęstość materii wewnątrz tego promienia.

Prawdopodobną niedogodnością korzystania z przedstawionej metody jest nietypowe zachowanie zależności wartości składowych ścinania od separacji pomiędzy źródłem a soczewką (patrz rys. 16 i 17). Widoczne wyraźne rozgraniczenie pomiędzy wpływami związanych grawitacyjnie halo a materią tła powinno być zależne od mas halo oraz odległości pomiędzy źródłem, soczewką i obserwatorem. Przedstawione wyniki wskazują jednak, że zmiana zakresów wpływu tła i halo jest związana raczej z przesunięciem ku czerwieni soczewek, a nie ich masą. To może sugerować niedostateczną rozdzielczość siatki, na którą rzutowano fluktuacje gęstości tła (dla przypomnienia rozmiar elementarnych komórek sześciątów w *Millennium Simulation* to $500/256 h^{-1}$ Mpc). Dla większych separacji ($> 10'$) przedstawione wyniki są zgodne z zaprezentowanymi w pracy Hilbert i in. (2009), gdzie zbadano efekty słabego soczewkowania grawitacyjnego w skalach większych od $0,1$ (używając pełnego katalogu *Millen-*

nium Simulation z najlepszą dostępną rozdzielczością). Bardziej szczegółowe porównanie wyników nie jest niestety możliwe ze względu na użycie innych populacji potencjalnych źródeł i soczewek.

W ramach badań przeanalizowano również widmo mas halo ciemnej materii związanych z maksimami ścinania o różnych wartościach. Najwyższe maksima są jednoznacznie związane z obecnością gromad galaktyk, co potwierdza wcześniej znane wyniki (np. Kratochvil i in. 2010). Pokazano natomiast, że oczekiwana masa znajdująca się wokół maksimum ścinania maleje wraz ze wzrostem przesunięcia ku czerwieni źródeł oraz wzrostem szerokości badanych wiązek. Dla maksimów o wartości dodatniej średnia masa zawarta w wiązkach wokół tych maksimów rośnie wraz ze wzrostem wartości ścinania. To samo dotyczy masy halo mającej największy wkład do ścinania w danej wiązce (patrz rys. 22 i 24). Dla wszystkich największych wartości lokalnych maksimów ($\langle\gamma_t\rangle > 0,01$) rozkłady mas halo ciemnej materii w wiązkach są podobne do mas halo rzędu $10^{13} h^{-1} M_\odot$, różnice w rozkładach pojawiają się dla większych mas (im wyższa wartość maksimum ścinania, tym największa wartość rozkładu przesunięta w stronę wyższych wartości). Znakomita większość lokalnych maksimów z zakresu $(-0,01; 0,01)$ jest związana wyłącznie z halo ciemnej materii o masach poniżej $10^{13} h^{-1} M_\odot$ (widoczny spadek, wręcz obcięcie dla dużych mas, na rysunku 22). Lokalne maksima o ujemnych wartościach położone są w obszarach o bardzo niewielkiej gęstości materii. Niestety liczba lokalnych maksimów o wartościach $\langle\gamma_t\rangle \leq -0,01$ nie była wystarczająca, aby przeprowadzić pełną analizę odpowiedzialnych za te maksima populacji halo. Nie udało się jednak pokazać żadnej relacji pomiędzy wysokością maksimum a rozkładem materii tła wokół tego maksimum. Najprawdopodobniej jest to spowodowane rozmiarem siatki, na której zrutowano rozkład tła. Rozmiar ten jest większy od typowej odległości pomiędzy maksimami ścinania. Nie znaleziono również korelacji pomiędzy liczbą maksimów przypadającą na jednostkę powierzchni mapy a średnią gęstością tła. To również może być wynikiem zbyt dużej skali rozkładu materii tła.

Praca autorstwa Heymans i in. (2012) jest jedną z najnowszych publikacji dotyczących obserwacji słabego soczewkowania, w tym kosmicznego ścinania. Zaprezentowane są w niej wyniki przeglądu CFHTLenS przeprowadzonego na 154 stopniach kwadratowych nieba w różnych filtrach optycznych. Od strony technicznej pomiar kosmicznego ścinania jest bardzo skomplikowany i nie jest konieczne przytaczanie go tutaj. Jednym z wyników takiego przeglądu jest możliwość zbadania zmian wpływu soczewkowania grawitacyjnego z przesun-

nięciem ku czerwieni. Średnia składowa ścinania została obliczona dla próbki galaktyk – soczewek, opisanych jako izotermiczne sfery (model SIS). Otrzymane wyniki są tylko częściowo porównywalne z opisanymi powyżej badaniami korzystającymi z symulacji *Millennium*. Jako soczewki z przeglądu CFHTLenS wybrano obiekty do jasności $i'_{AB} < 22,5$, źródłami były dowolne galaktyki w katalogu. Źródła i obiekty znalazły się na podobnych przesunięciach ku czerwieni jak w opisywanej symulacji (zakres $[0; 1,3]$, jednak zostały podzielone na inne podprzedziały). Średnia składowa ścinania została obliczona tylko dla separacji $\Theta = 1'$. Dla takich separacji kątowych na wielkość składowej stycznej ścinania główny wpływ mają zwiralizowane halo ciemnej materii (patrz rys. 18). Możliwe jest zatem tylko pobieżne porównanie wartości z rys. 16, gdzie dla soczewek w przedziale przesunięć ku czerwieni $0,4 \leq z < 0,8$ i źródeł z przedziałów $0,4 \leq z < 0,8$ oraz $0,8 \leq z < 1,2$ otrzymano odpowiednio wartość średniej składowej stycznej ścinania $(2,27 \pm 0,05) \times 10^{-4}$ oraz $(5,95 \pm 0,07) \times 10^{-4}$. Heymans i in. (2012) używając zbliżonego modelu otrzymali wartości z zakresu od $1,0 \times 10^{-4}$ do $1,0 \times 10^{-3}$ w zależności od przesunięcia ku czerwieni źródeł i soczewek. Wyniki otrzymane z badań słabego soczewkowania opartych na symulacji *Millennium* są zatem zgodne z obserwacjami przeglądu CFHTLenS, niemniej nie jest możliwa dokładniejsza analiza z powodu zastosowaniu różnych populacji soczewek oraz źródeł.

4. Soczewkowane supernowe na podstawie symulacji *Millennium*

Zjawisko silnego soczewkowania grawitacyjnego zostało wprowadzone w rozdziale 1. W przypadku tego efektu masywna galaktyka bądź gromada galaktyk ugina promienie świetlne pochodzące od dalekiego źródła, tworząc przy tym wielokrotne obrazy. W dodatku strumień światła ze źródła zostaje zwykle wzmocniony kilkukrotnie, co pozwala badać słabe i małe obiekty, dotychczas dostępne tylko w głębokich przeglądach przy wykorzystaniu dużych teleskopów z długimi czasami ekspozycji. Obecnie znanych jest kilkaset układów z silnymi soczewkami grawitacyjnymi, które odkrywane są w szeregach przeglądów w różnych długościach fali (wspomniane w rozdziałach 1 i 2 przeglądy takie jak SLACS, CASSOWARY, SL2S, czy COSMOS wyszukujące układy soczewek za pomocą spektroskopii bądź analizy barwy obiektów). Typowymi soczewkowanymi źródłami w tych układach są kwazary, radio-źródła i różne typy galaktyk, co gwarantuje możliwość zastosowania zjawiska soczewkowania grawitacyjnego do wielu problemów współczesnej astrofizyki i kosmologii (np. badania profili gęstości galaktyk, ewolucji galaktyk czy własności ciemnej materii i energii).

W opisanych poniżej badaniach postanowiono wykorzystać efekt soczewkowania grawitacyjnego do wykrywania i badania supernowych. W licznie odkrytych dotychczas soczewkowanych galaktykach powinny wybuchać supernowe różnych typów, a co za tym idzie warto się zastanowić, czy używając zjawiska soczewkowania grawitacyjnego jako „kosmicznego teleskopu”, nie można zwiększyć liczby odkrywanych supernowych z dalekich przesunień ku czerwieni. Soczewkowane supernowe mogą coraz częściej pojawiać się w przeglądach nieba, świadczą o tym np. najnowsze wyniki analizy pojaśnionej supernowej PS1-10afx odkrytej w przeglądzie Pan-STARRS (Quimby i in. 2013).

Supernowe dzieli się zwykle na podstawowe typy I i II w zależności od ich widma oraz kształtu krzywej zmian blasku. Supernowe typu Ia są wykorzystywane w kosmologii przy tworzeniu diagramu Hubble’a, a co za tym idzie wyznaczaniu parametrów kosmologicznych Ω_M , Ω_Λ i w (Riess i in. 1998, Astier i in. 2006, Conley i in. 2011, Sullivan i in. 2011). Obecnie supernowe tego typu uważa się za jedno z najdokładniejszych narzędzi do badania ciem-

nej energii, zwłaszcza, że liczebność próbki stała się już wystarczająco duża. Za wybuchem supernowej typu Ia stoi eksplozja białego karła, którego masa w toku ewolucji w wyniku akrecji materii z gwiazdy towarzysza w układzie podwójnym przekracza limit określony przez masę Chandrasekhara. Z tego powodu supernowe typu Ia mogą być uważane za *świece standardowe*, gdyż wybuchają one z prawie taką samą jasnością absolutną w każdym zakątku Wszechświata. Dostępna w wybuchu energia (w każdym taka sama z powodu ograniczenia na masę gwiazdy przed samym wybuchem) jest związana prostą relacją z jasnością, a co za tym idzie innymi parametrami gwiazdy. Parametry kosmologiczne można mierzyć dzięki zależności pomiędzy kształtem krzywej zmian blasku, kolorem gwiazdy, uwzględniając informacje dotyczące galaktyki, w której nastąpił wybuch.

Pozostałe supernowe określa się wspólnym mianem *core-collapse* (w skrócie CC), bowiem związane są z zapadaniem się niestabilnego jądra gwiazdy. Najprawdopodobniej są one końcowym stadium ewolucji masywnych gwiazd (pojedynczych bądź w układach podwójnych) o początkowych masach większych od $8 M_{\odot}$. W wyniku spalania materii w gwieździe powstaje żelazne jądro, które nie może być dłużej podtrzymywane przez kolejne reakcje jądrowe bądź ciśnienie zdegenerowanych elektronów. Dalsze reakcje jądrowe prowadzące do powstania pierwiastków cięższych od żelaza są endoenergetyczne. W wyniku niestabilności jądro zaczyna zapadać się pod własnym ciężarem, powodując dezintegrację pierwiastków, a rosnąca liczba swobodnych cząstek może utworzyć gwiazdę neutronową bądź zapadać się dalej do powstania czarnej dziury. Pozostająca otoczka wybucha, zasilając otoczenie w ciężkie pierwiastki. Supernowe typu CC są zatem związane z fizyczną i chemiczną ewolucją galaktyk, produkcją neutrin, promieniowania kosmicznego czy fal grawitacyjnych. Jak widać, ich obserwacje mogą posłużyć do rozwiązania wielu zagadnień astrofizycznych.

Niestety możliwości obserwacyjne współczesnych teleskopów nadal są niewystarczające, aby zebrać dużą próbkę supernowych położonych na dalekich przesunięciach ku czerwieni. Z racji wielu zastosowań kosmologicznych i astrofizycznych rozszerzenie tej liczby jest konieczne w celu uzyskania dokładniejszych wyników. Zastosowanie soczewkowania grawitacyjnego wydaje się świetnym sposobem na dodanie do statystyki kolejnych supernowych w dużych odległościach kosmologicznych (np. Goobar i in. 2002, Oguri i Marshall 2010).

W rozdziale tym zostaną przedstawione wyniki symulacji soczewkowanych supernowych przy użyciu *Millennium Simulation*. Najpierw zostaną przedsta-

wione wszystkie potrzebne do symulacji rozkłady związane z soczewkowaniem grawitacyjnym (rozkład prędkości halo ciemnej materii, rozkłady prawdopodobieństwa soczewkowania – podrozdział 4.1) oraz z supernowymi (historia formowania się gwiazd oraz liczba wybuchających supernowych różnych typów we Wszechświecie – podrozdział 4.2). Następnie zaprezentowany zostanie sposób przeprowadzenia symulacji (podrozdział 4.3). Rozpatrzone zostaną supernowe wybuchające na przesunięciu ku czerwieni nie większym niż 2,5, gdyż w takim zakresie funkcje historii formowania się gwiazd są najlepiej zbadane. Wyniki, w tym możliwości detekcji takich zjawisk, zostaną opisane w kontekście kilku przeglądów nieba opisanych w podrozdziale 2.3. Zastosowanie kosmologiczne soczewkowanych supernowych zostanie uwzględnione na diagramie Hubble’a (podrozdział 4.4). Na koniec w podrozdziale 4.5 przedstawionych będzie kilka uwag dotyczących obserwacji supernowych (możliwe problemy takie jak *blending*, opóźnienie).

4.1. Wykorzystanie *Millennium Simulation*

Podobnie jak w poprzednim rozdziale tutaj też zostaną wykorzystane wyniki pochodzące z symulacji kosmologicznej *Millennium*. Skatalogowane przez De Lucia i Blaizot (2007) oraz Bertone i in. (2007) grawitacyjnie związane halo ciemnej materii posłużą jako zbiór potencjalnych silnych soczewek grawitacyjnych. Jako model soczewki przyjęto tutaj opisany w rozdziale 1 model osobliwej izotermicznej elipsoidy (SIE) z następującymi parametrami: promień Einsteina, stosunek półosi, orientacja. Uwzględniony został także efekt zewnętrznego ścinania. Kilkunastu autorów pokazało już dotychczas w swoich pracach zasadność użycia tego prostego modelu do opisu potencjału soczewek w skalach galaktycznych (Treu i Koopmans 2004, Rusin i Kochanek 2005, Koopmans i in. 2006). Wielokrotnie też z powodzeniem modelowano rzeczywiste układy z główną soczewką jako galaktykę opisaną profilem SIE (np. Marshall i in. 2007, Bolton i in. 2008, Gavazzi i in. 2012).

W bazie *Virgo – Millennium* można znaleźć dla każdego halo ciemnej materii m.in. jego położenie, masę, prędkość i promień wirialne, z których wykorzystane zostaną głównie podana prędkość oraz przesunięcie ku czerwieni obiektu. W ogólności promień Einsteina zależy od masy halo (ale w tym przypadku uzależniony zostanie od prędkości wirialnej), a także wzajemnych odległości na podstawie rozmiarów kątowych pomiędzy soczewką i źródłem d_{LS} oraz obserwatorem i źródłem d_{OS} . W rozdziale 1 podana została zależność pomiędzy promieniem Einsteina, a dyspersją prędkości σ (patrz wzór (35)). Wiedząc,

że prędkość wirialna spełnia zależność dla prędkości rotacji (patrz podrozdział 2.1), można równanie (35) zapisać:

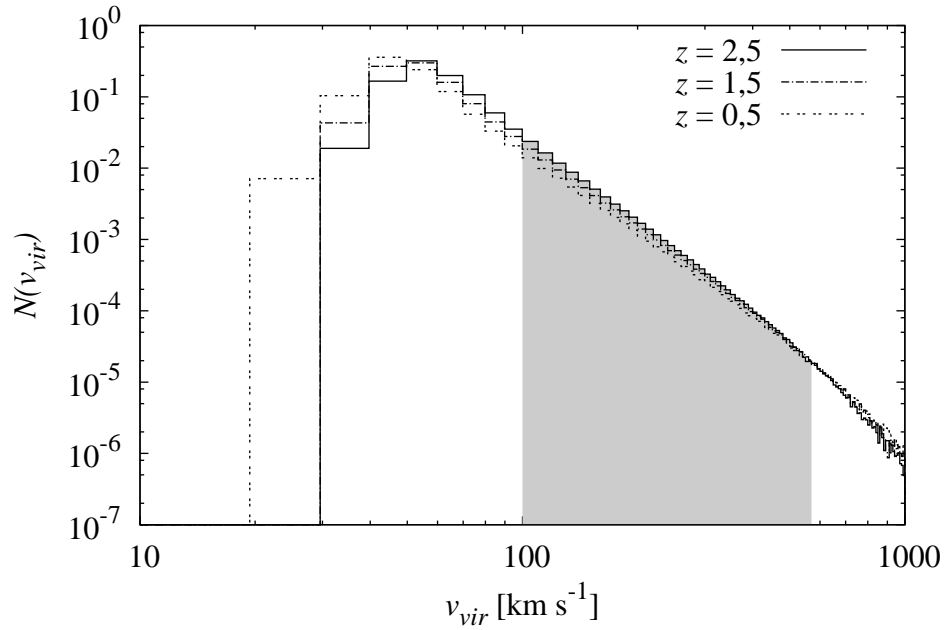
$$\theta_E = 2\pi \frac{v_{vir}^2}{c^2} \frac{d_{LS}}{d_{OS}}. \quad (58)$$

To równanie zostanie następnie wykorzystane w symulacji silnego soczewkowania grawitacyjnego, za które będą odpowiedzialne wybrane na podstawie rozkładu prędkości wirialnych halo ciemnej materii znalezione w *Millennium Simulation*. Wyniki wspomnianej symulacji umożliwią również określenie rozkładu prawdopodobieństwa silnego soczewkowania grawitacyjnego oraz rozkładu potencjalnych soczewek w zależności od przesunięcia ku czerwieni. Dla uzupełnienia zagadnienia podany zostanie również rozkład zewnętrznego ściśnięcia.

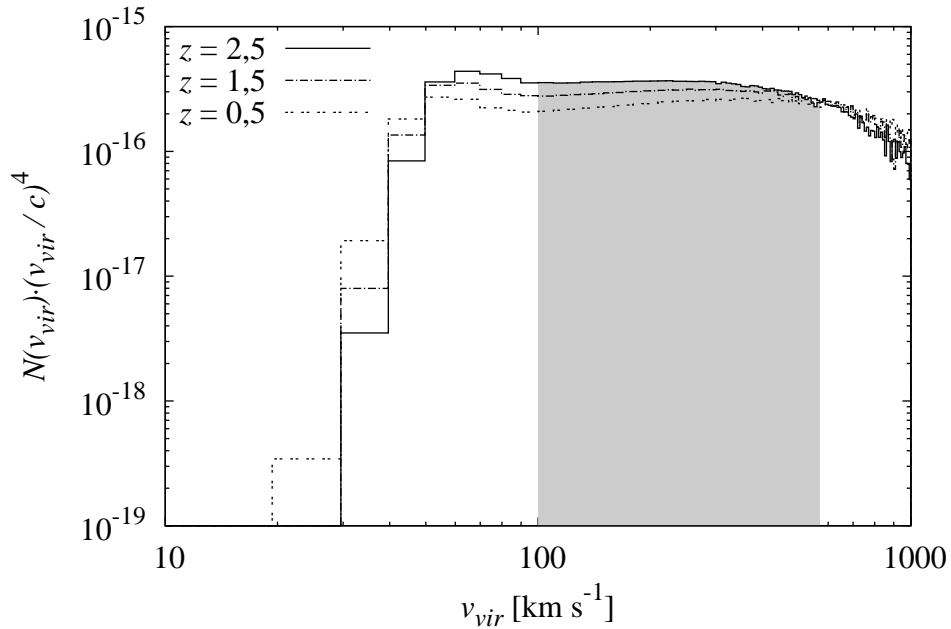
Należy jednocześnie pamiętać, że wyniki *Millennium Simulation* zostały otrzymane przy założeniu modelu kosmologicznego Λ CDM z odpowiednimi parametrami (patrz rozdział 2). Przyjmowane obecnie inne wartości tych parametrów mogą mieć wpływ na przebieg ewolucji symulowanego Wszechświata, w tym na powstawanie grawitacyjnie związanych struktur w równowadze termodynamicznej. Różnice pomiędzy symulacją a rzeczywistym Wszechświatem będą narastać wraz ze wzrostem masy obiektów. Niestety nie ma możliwości przetransformowania wyników symulacji, tak aby były one zgodne z obecnie uważanymi za właściwe wartościami parametrów kosmologicznych. Niepoprawne wartości mogą przyczynić się w przypadku analizowanego w tym rozdziale silnego soczewkowania grawitacyjnego do przeszacowania prawdopodobieństwa soczewkowania. Niemniej dla badanych supernowych wybuchających do przesunięcia ku czerwieni nie większego niż 2,5 problem ten nie powinien być istotny.

4.1.1. Rozkład prędkości wirialnych

Dla każdej epoki przesunięcia ku czerwieni otrzymano rozkład prędkości wirialnych grawitacyjnie związanych halo ciemnej materii. (W badaniu rozpatrujemy ponad 30 z 64 epok związanych z przesunięciami ku czerwieni pomiędzy $\sim 2,5$ a 0). Rozkłady posłużą do wylosowania wartości promieni Einsteina, gdyż zgodnie z równaniem (58) wartość θ_E uzależniona zostaje właśnie od prędkości wirialnej soczewki. Na rysunku 27 można zauważyć, że wybór potencjalnych prędkości wirialnych obiektów jest bardzo szeroki. Znalezione w symulacji *Millennium* halo mają prędkości z zakresu (20; 1000) km s⁻¹, czyli odzwier-



Rysunek 27. Znormalizowany rozkład prędkości wiralnych halo ciemnej materii w *Millennium Simulation*. Histogramy dla trzech wybranych przesunięć ku czerwieni $z = 0,5; 1,5; 2,5$. Zaciemniany obszar oznacza zakres typowych prędkości dla galaktyk.

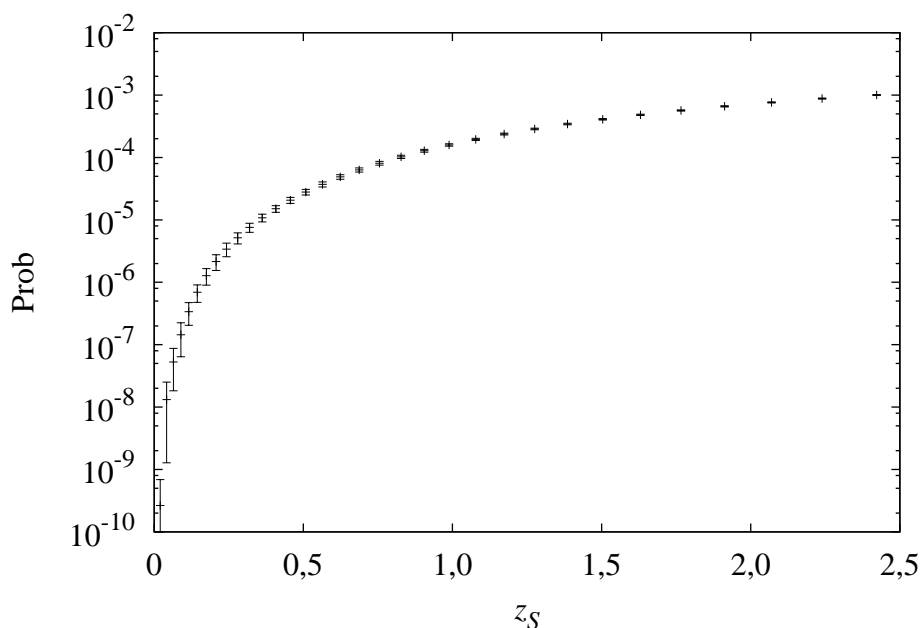


Rysunek 28. Wkład od każdego przedziału prędkości wiralnych do prawdopodobieństwa soczewkowania. Histogramy dla trzech wybranych przesunięć ku czerwieni $z = 0,5; 1,5; 2,5$. Zaciemniany obszar oznacza zakres typowych prędkości dla galaktyk.

ciedlają rzeczywiste obiekty astronomiczne od galaktyk karłowatych poprzez całe spektrum typowych galaktyk do masywnych gromad. W opisywanych badaniach rozważano silne soczewkowanie grawitacyjne przez pojedyncze galaktyki, które jest najbardziej prawdopodobne. Niemniej znany jest fakt, iż obserwowanie masywnych gromad galaktyk może przynieść duże sukcesy na polu odkrywania soczewkowanych supernowych ze względu na duże obszary o wysokiej wartości wzmocnienia znajdujące się wewnątrz gromad. Zagadnienia te zostały wcześniej przedyskutowane w pełni przez m.in. autorów takich jak Goobar i in. (2009) oraz Riehm i in. (2011). W prezentowanych tutaj badaniach typowa galaktyka wywołująca efekt soczewkowania grawitacyjnego powinna mieć dyspersję prędkości z zakresu od 70 do 400 km s⁻¹, co odpowiada prędkościom wirialnym z przedziału (100; 570) km s⁻¹ (szary obszar na rys. 27). Powyższe założenie przyjęto na podstawie zaprezentowanego przez Choi i in. (2007) dopasowania zmodyfikowanej funkcji Schechtera do danych obserwacyjnych z przeglądu SDSS. W ten sposób uniknięto brania pod uwagę obiektów bardzo masywnych (odpowiedników gromad galaktyk), które trudno byłoby prawidłowo opisać modelem SIE. Jednocześnie zaniedbano grupę mało masywnych obiektów (galaktyk karłowatych), ponieważ dla niskich prędkości ($v_{vir} < 100$ km s⁻¹) kosmologiczne symulacje ciemnej materii najprawdopodobniej przeszacowują liczbę związanych grawitacyjnie obiektów, co stoi w niezgodzie z obecnymi obserwacjami (np. Springel i in. 2008). Niestety nie jesteśmy w stanie wziąć pod uwagę nawet części z obecnych małowasywnych halo ze względu na niewystarczające informacje dotyczące ich rzeczywistego występowania. Co więcej, tego typu galaktyki karłowate w większości nie są jeszcze w równowadze termodynamicznej i dlatego nie powinny być opisywane prostym modelem SIE. Konieczne byłoby zatem użycie innego rozkładu gęstości materii (np. rozkładu NFW – Navarro, Frenk i White 1997), co wykracza poza założone ramy tego badania. Jednakże wzięcie pod uwagę wszystkich obiektów o małych wartościach prędkości podniosłoby prawdopodobieństwo soczewkowania jedynie o 6 do 10% w zależności od przesunięcia ku czerwieni źródła.

4.1.2. Rozkład prawdopodobieństwa silnego soczewkowania grawitacyjnego

Zagadnienie silnego soczewkowania grawitacyjnego zostało tutaj sprowadzone do umieszczenia wzdłuż przesunięcia ku czerwieni kolejnych warstw ze znajdującymi się na nich soczewkami oraz źródłami. Kolejne warstwy powsta-



Rysunek 29. Prawdopodobieństwo silnego soczewkowania grawitacyjnego przez galaktyki w symulacji *Millennium* w funkcji przesunięcia ku czerwieni źródła. Słupki błędów oznaczają rozrzut pomiędzy różnymi kierunkami na niebie.

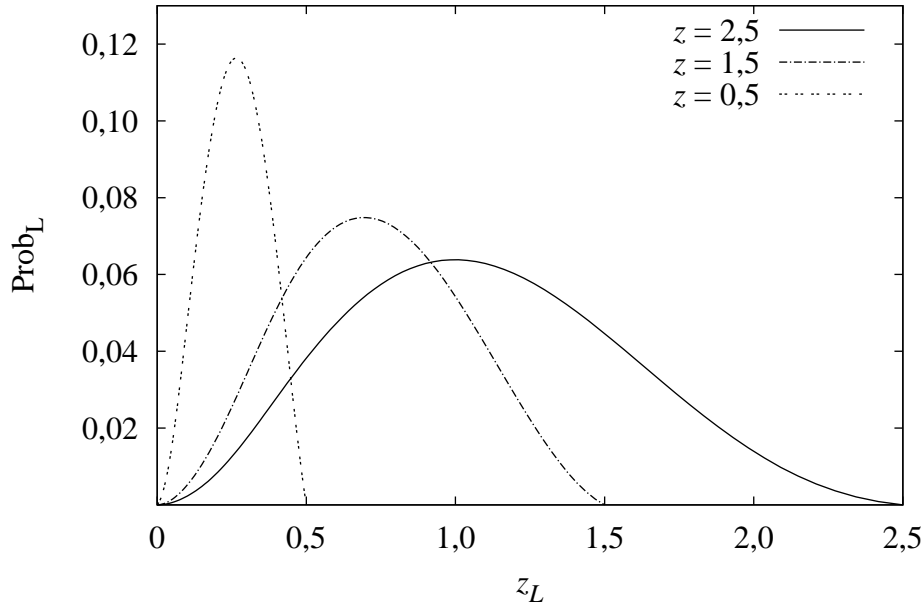
wały na podstawie danych z poszczególnych sześcianów pochodzących z symulacji *Millennium*. Został zachowany m.in. rozkład przesunięć ku czerwieni warstw, narzucony przez ułożenie sześcianów. Jednocześnie sześciany symulacji o okresowych warunkach brzegowych były losowo przesuwane i obracane w różnych epokach, tak aby wyeliminować niepożądane efekty okresowości (Carbone i in. 2008). Rozważając źródło położone w epoce n , pomiędzy obserwatorem a tym źródłem umieszczono $(n - 1)$ warstw z potencjalnymi soczewkami. Wybrano 10 niezależnych kierunków na niebie i zbadano w każdym z tych kierunków pola o rozmiarze $3^\circ \times 3^\circ$ każde. Każde halo ciemnej materii znajdujące się wewnątrz stożka daje wkład do całkowitego prawdopodobieństwa soczewkowania grawitacyjnego danej warstwy jak $\pi\theta_E^2/(3^\circ \times 3^\circ)$. Na rysunku 28 przedstawiono całkowity wkład wszystkich halo do prawdopodobieństwa w zależności od wartości ich prędkości wiralnej (zgodnie z przytoczoną wcześniej definicją prawdopodobieństwo soczewkowania jest proporcjonalne do v_{vir}^4). Po tym wszystkie otrzymane prawdopodobieństwa z 10 pól zostały uśrednione w celu oszacowania prawdopodobieństwa silnego soczewkowania grawitacyjnego na całym niebie (tak aby uniknąć ewentualnego przypadkowego wylosowania obszaru o bardzo małej albo bardzo dużej gęstości materii). W rezultacie otrzymano zależność wartości prawdopodobieństwa

od epoki źródła (czyli od przesunięcia ku czerwieni źródła). Wyniki obliczeń zaprezentowano na rysunku 29. Słupki błędów oznaczają rozrzut pomiędzy poszczególnymi 10 kierunkami na niebie. Jak widać, prawdopodobieństwo silnego soczewkowania rośnie wyraźnie pomiędzy przesunięciami ku czerwieni od 0 do 0,5, kiedy to dochodzi do wartości 10^{-5} , a następnie dalej wzrasta, ale zostaje pomiędzy wartościami 10^{-4} i 10^{-3} dla większych przesunięć ku czerwieni.

Warto pamiętać o tym, że traktując każde halo ciemnej materii jako izotermiczną elipsoidę, tak naprawdę zwiększana jest masa materii wzdłuż linii widzenia. Może to prowadzić do przeszacowania gęstości materii we Wszechświecie, a także zawyżenia prawdopodobieństwa soczewkowania i wzmocnienia powstających obrazów. W celu sprawdzenia wielkości tego efektu przeprowadzono następujący eksperyment. Kilkaset wybranych losowo halo ciemnej materii pochodzących z symulacji *Millennium* zostało ponownie wziętych pod uwagę. Dodano do ich rozkładu materii rozkład materii utożsamiany z dyskiem o jednorodnej, stałej i co najważniejsze ujemnej gęstości powierzchniowej materii, κ . Zostało stwierdzone, że przekrój czynny na powstawanie wielokrotnych obrazów nie zmienia się w takim przypadku. Natomiast separacja obrazów maleje $1/(1 + |\kappa|)$ razy, wzmocnienie zaś $1/(1 + |\kappa|)^2$ razy, gdzie wartość parametru κ można uznać za nieznaczącą ($< 10^{-3}$). Stąd można dojść do wniosku, iż postawiony powyżej problem nadmiaru materii na linii widzenia może zostać zaniedbany w prezentowanych badaniach.

4.1.3. Rozkład prawdopodobieństwa położenia soczewek grawitacyjnych

Jednym z kluczowych momentów w symulacji silnego soczewkowania supernowych jest wybór przesunięcia ku czerwieni źródeł i soczewek. W przypadku źródeł, którymi mają być supernowe, istotne są rozkłady związane z formowaniem się gwiazd w toku ewolucji Wszechświata, o czym szerzej będzie można przeczytać w podrozdziale 4.2. Biorąc pod uwagę wyniki tylko z symulacji *Millennium*, możliwe jest za to określenie rozkładu położenia soczewek grawitacyjnych. Dla każdej epoki źródeł zachowane zostały wkłady pochodzące od każdej warstwy soczewek do całkowitego prawdopodobieństwa soczewkowania. Na tej podstawie zostaną wylosowane przesunięcia ku czerwieni soczewek. Rysunek 30 przedstawia rozkład prawdopodobieństwa znalezienia soczewki na danym przesunięciu ku czerwieni dla trzech wybranych przesunięć ku czerwieni źródeł.



Rysunek 30. Prawdopodobieństwo obecności galaktyki – soczewki w *Millennium Simulation* dla źródeł położonych na różnych przesunięciach ku czerwieni ($z_S = 0,5; 1,5; 2,5$).

4.1.4. Rozkład zewnętrznego ścinania

W rozdziale 3 opisano badania słabego soczewkowania przy użyciu przybliżenia Borna, które umożliwiło stworzenie rozkładów gęstości materii oraz obliczenie konwergencji i ścinania. Wygładzone rozkłady materii oraz informacje dotyczące położenia oraz własności związanych grawitacyjnie halo ciemnej materii zostały wykorzystane ponownie, tym razem aby otrzymać rozkłady zewnętrznego ścinania będącego wkładem do całkowitego efektu soczewkowania odzwierciedlającym wpływ otoczenia głównej soczewki. Na rysunku 26 w poprzednim rozdziale zaprezentowano rozkłady zewnętrznego ścinania w symulacji *Millennium* mającego wpływ na położenie i własności obrazów pochodzących od źródeł położonych na trzech wybranych przesunięciach ku czerwieni. Rozkłady dla kolejnych epok zostaną wykorzystane również w tej symulacji.

4.2. Rozkłady supernowych

Jak już zostało wcześniej wspomniane istotnym elementem symulacji soczewkowanych supernowych jest określenie przesunięć ku czerwieni potencjalnych źródeł soczewkowanych grawitacyjnie. Dla supernowych typu Ia wolumetryczna liczba zjawisk w zależności od czasu t , liczonego od Wielkiego Wy-

buchu, opisywana jest przez splot funkcji historii formowania się gwiazd (SFH – *star formation history*), $S(t)$, z rozkładem opóźnień (DTD – *delay-time distribution*), $\Psi(t)$:

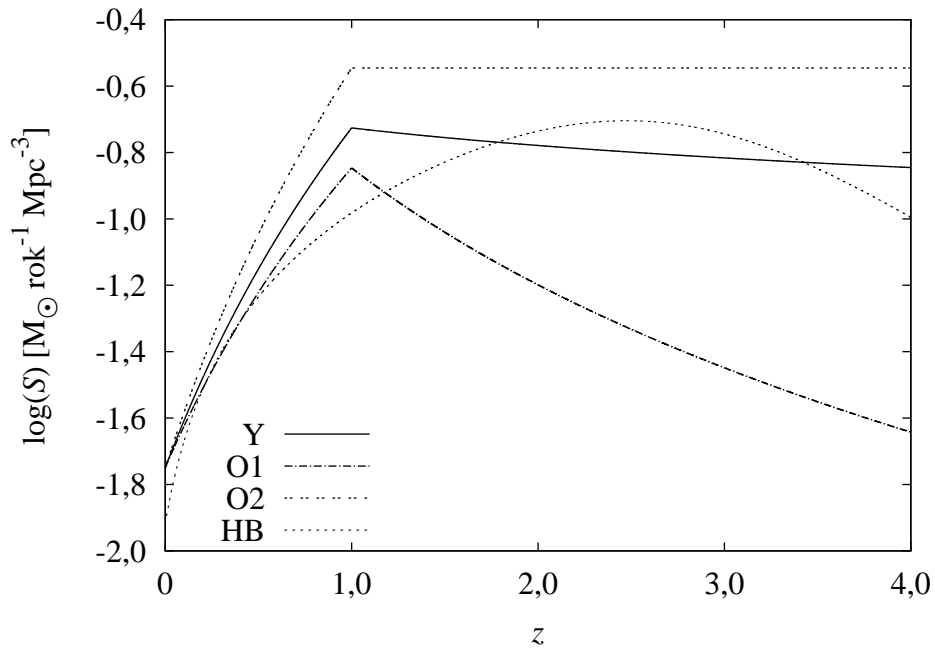
$$R_{\text{Ia}}(t) = \int_0^t S(t - \tau) \Psi(\tau) d\tau. \quad (59)$$

Funkcja historii formowania gwiazd SFH została dotychczas zbadana pomiędzy przesunięciami ku czerwieni 0 i 8 (Yüksel i in. 2008). Wykorzystując wyniki dopasowań liczby obserwowanych supernowych typu Ia do przewidywań opartych na różnych funkcjach SFH, w tym badaniu wzięto pod uwagę cztery niezależne funkcje SFH przedstawione w pracy Graur i in. (2011). Wybranie różnych funkcji SFH ma na celu ustalenie, czy soczewkowanie grawitacyjne może posłużyć do wyeliminowania niewłaściwej bądź wskazania najbardziej prawdopodobnej funkcji SFH. Funkcja SFH może przybierać postać prawa potęgowego $S(z) \sim (1+z)^\gamma$ (np. funkcje zaprezentowane przez Yüksel i in. (2008) – tutaj później oznaczane jako Y lub Oda i in. (2008) – oznaczane O1 i O2) lub bardziej skomplikowanej zależności $S(z) \sim (a + bz)/(1 + (z/c)^d)$ (zdefiniowanej przez Hopkins i Beacom (2006) – HB). Na rysunku 31 przedstawiono ewolucję różnych funkcji SFH w zależności od przesunięcia ku czerwieni. Natomiast rozkład DTD zwykle badany jest w formie prawa potęgowego postaci $\Psi(t) \sim (t/1\text{Gyr})^{-\beta}$, według Graur i in. (2011) tylko taka funkcja pasuje do danych obserwacyjnych. Tabela 2 zawiera parametry pochodzące z dopasowań różnych definicji funkcji SFH splatanych z prawem potęgowym DTD (wartości podane za Graur i in. 2011). Natomiast rysunek 32 przedstawia liczbę wszystkich supernowych typu Ia wybuchających we Wszechświecie na rok na Mpc^3 w zależności od przesunięcia ku czerwieni.

Dla supernowych typu CC użyto przeskalowanej funkcji SFH, podążając za sugestiami innych autorów, wskazującymi na bezpośrednią proporcjonalność pomiędzy liczbą wybuchów a funkcją historii formowania gwiazd (np.

Tabela 2. Parametry funkcji historii formowania gwiazd (SFH) i funkcji opóźnień (DTD) na podstawie wyników dopasowań parametrów do danych obserwacyjnych (za Graur i in. 2011).

SFH	Parametry SFH	Parametr DTD β
Y	$\gamma_1 = 3,4, z_b = 1, \gamma_2 = -0,3$	1,1
O1	$\gamma_1 = 3,0, z_b = 1, \gamma_2 = -2,0$	1,23
O2	$\gamma_1 = 4,0, z_b = 1, \gamma_2 = 0,0$	0,96
HB	$a = 0,0170, b = 0,13, c = 3,3, d = 5,3$	1,11

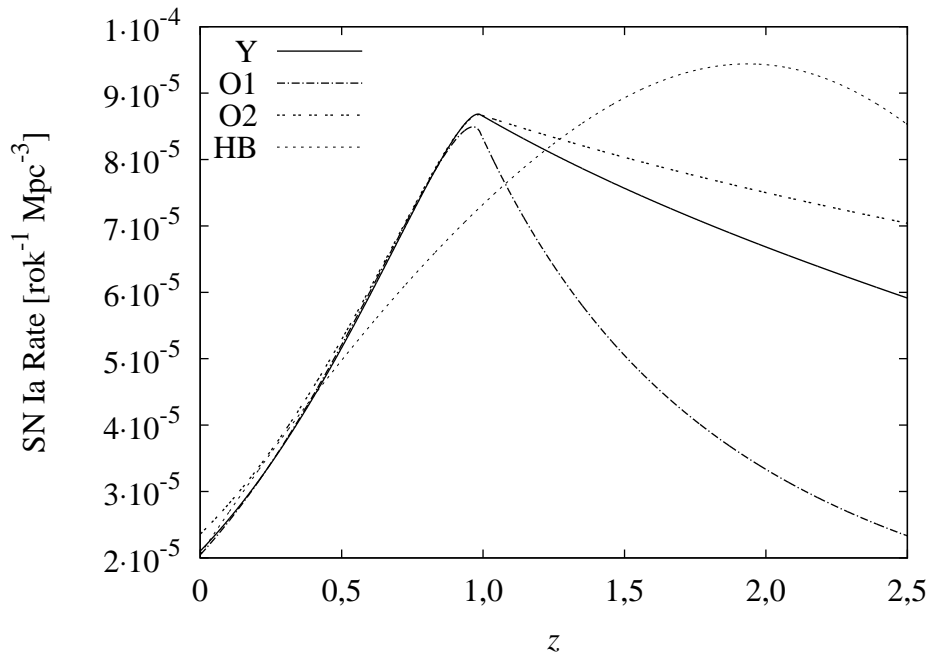


Rysunek 31. Ewolucja funkcji historii formowania gwiazd, $S(z)$, w zależności od przesunięcia ku czerwieni. Zaznaczono 4 różne funkcje: Y – Yüksel i in. (2008), O1 i O2 – Oda i in. (2008), HB – Hopkins i Beacom (2006).

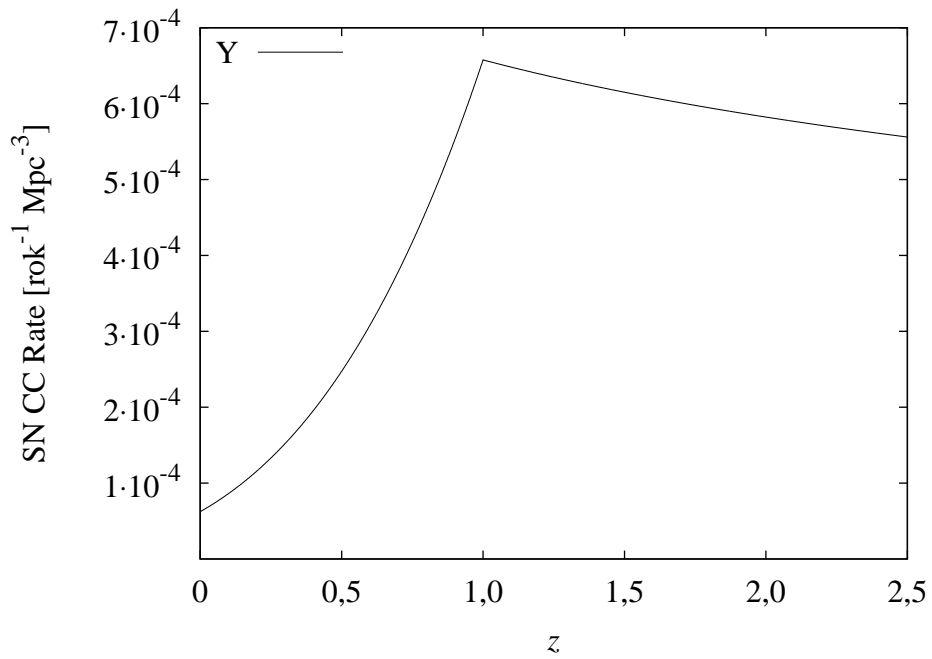
Botticella i in. 2012). Związane jest to z krótkim czasem życia gwiazd przed wybuchem (krótszym od typowej skali kosmologicznej). Rysunek 33 prezentuje liczbę wszystkich supernowych typu CC wybuchających we Wszechświecie na rok na Mpc^3 w zależności od przesunięcia ku czerwieni (użyto normalizacji z pracy Graur i in. (2011) dla funkcji SFH typu Y).

4.3. Symulacja soczewkowanych supernowych różnych typów

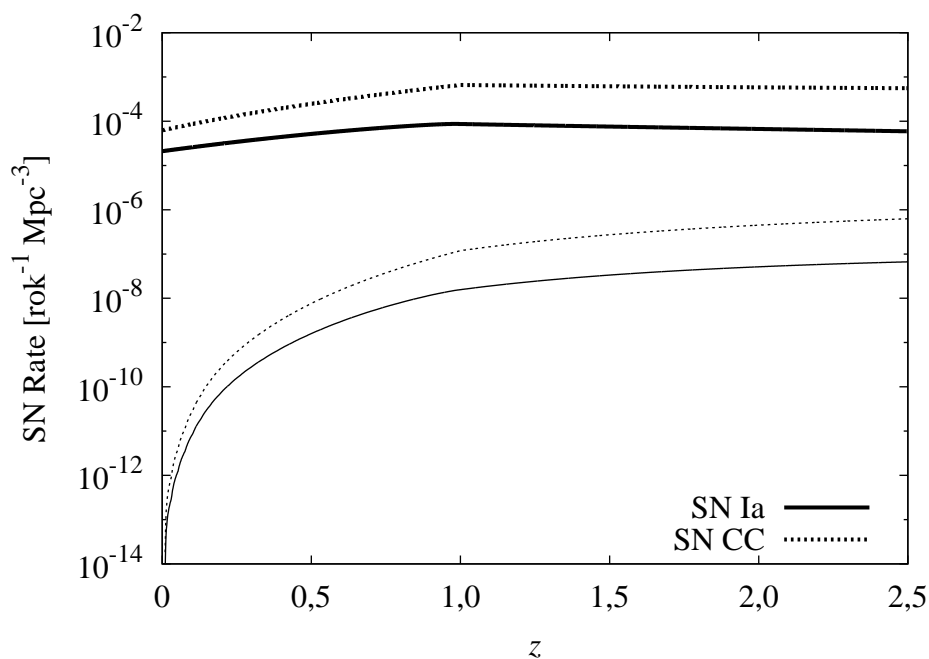
Pierwszym krokiem symulacji soczewkowanych supernowych było określenie populacji źródeł. W poprzednim podrozdziale opisano funkcje historii formowania gwiazd, na podstawie których określono liczbę wybuchów supernowych typu Ia i CC w zależności od przesunięcia ku czerwieni. Następnie koniecznym staje się oszacowanie, ile ze wszystkich tych zjawisk będzie soczewkowanych grawitacyjnie przez położone na linii widzenia halo ciemnej materii. Używając obliczonego prawdopodobieństwa soczewkowania wykreślonego na rysunku 29 w zależności od przesunięcia ku czerwieni źródła, wyznaczono, a następnie przedstawiono na rysunku 34, liczbę silnie soczewkowanych supernowych (na rok na Mpc^3) w zależności od ich przesunięć ku czerwieni oraz typów.



Rysunek 32. Liczba supernowych typu Ia wybuchających w ciągu roku w Mpc^3 przy założeniu różnych funkcji SFH.



Rysunek 33. Liczba supernowych typu CC wybuchających w ciągu roku w Mpc^3 przy założeniu funkcji SFH typu Y.



Rysunek 34. Porównanie liczby supernowych obu typów soczewkowanych (cienkie linie na dole rysunku) i niesoczewkowanych (pogrubione linie w górnej części). Typ Ia oznaczono linią ciągłą, typ CC – przerywaną. Obliczenia wykonano przy założeniu funkcji SFH typu Y.

Wybranie modelu soczewek grawitacyjnych opisano w jednym z poprzednich podrozdziałów. Dla przypomnienia model ten jest parametryzowany przez promień Einsteina (θ_E), który bezpośrednio został związany z prędkością wirtualną halo v_{vir} . Losowanie wartości tej prędkości odbywa się na podstawie rozkładu zaprezentowanego na rysunku 27. Kolejne parametry soczewek zostały też wylosowane. Dla stosunku pól przyjęto rozkład normalny ze średnią 0,7 i dyspersją 0,16 podobnie jak w pracy Oguri i Marshall (2010) oraz zamieszczonych tam referencjach. Rozkład obcięto na krańcach $q = 0,5$ i $q = 1$. Orientacja soczewki była natomiast losowana z rozkładu jednorodnego z zakresu $[0; \pi)$, gdyż żaden kierunek na niebie nie jest wyróżniony w rozkładzie eliptyczności galaktyk.

Przy użyciu wspomnianych rozkładów (losując również przesunięcie ku czerwieni źródła oraz soczewek) zasymulowano ponad 350 000 zjawisk soczewkowania grawitacyjnego punktowych źródeł typu supernowych. Do przeprowadzenia części symulacji użyto programu GRAVLENS (Keeton 2001). Program ten umożliwia wykonanie podstawowych obliczeń związanych z soczewkowaniem grawitacyjnym, w tym rozwiązanie równania soczewki dla wielu różnych rozkładów materii (podanych w formie parametrycznej bądź ztablicowanej). Za jego pomocą można znaleźć liczbę obrazów, ich położenia, wzmocnienia

czy wzajemne opóźnienia, pozwala też wykreślić krzywe krytyczne oraz kaustyki dla zadanego układu soczewka – źródło.

W opisanej symulacji dla każdego układu otrzymano położenie oraz wzmocnienie obrazów pochodzących od źródeł położonych w losowych miejscach za soczewką, wykorzystując w części obliczeń szerokie możliwości wspomnianego programu GRAVLENS. Położenia źródeł (pary (x, y) mierzone względem osi soczewki) spełniały warunek $x^2 + y^2 < \theta_E^2$, który daje gwarancję otrzymania w większości przypadków wielokrotnych obrazów. Przesunięcie ku czerwieni źródeł i soczewek ograniczono do 2,5, uznając, że źródła leżące dalej, nawet bardzo silnie wzmocnione, mogą nie być dostępne w obserwacjach, a co więcej dokładność oszacowania funkcji SFH może nie być wystarczająca. Wybierając obraz o największym wzmocnieniu, istnieje możliwość obliczenia dla każdego układu największej jasności obserwowanej soczewkowanej supernowej. Należy zwrócić uwagę na to, że a priori nie zostały przyjęte żadne założenia dotyczące otrzymywanych obrazów (np. nie zostały nałożone żadne limity dotyczące wartości wzmocnienia czy separacji pomiędzy obrazami). Jednakże ponieważ źródło jest zwykle położone w tej symulacji wewnątrz promienia Einsteina, oczywistym jest fakt istnienia wielu obrazów tego źródła. Ponieważ całe opisane tutaj badanie ma charakter statystyczny, wystarczającym warunkiem jest zaobserwowanie jednego silnie soczewkowanego, a tym samym wzmocnionego obrazu, co tłumaczy wspomniany brak założeń. Niemniej istotne wydaje się przeprowadzenie dyskusji wpływu innych obrazów (pod względem opóźnienia jak i separacji) na możliwości obserwacyjne wybranego najbardziej wzmocnionego obrazu, co zostanie uczynione w podrozdziale 4.5.

Z symulacji ponad 350 000 zjawisk otrzymano rozkłady wzmocnień obrazów pochodzących od źródeł położonych na różnych przesunięciach ku czerwieni, które można zobaczyć na rysunku 35 (górna część). Zgodnie z przewidywaniami najczęściej występujące wartości wzmocnień to te w okolicach 2, ale istnieje niezaniebawalne prawdopodobieństwo otrzymania wzmocnienia większego niż 10, a nawet 100. Warto zwrócić uwagę na to, że największe wzmocnienia występują głównie ze względu na specyficzne parametry układu źródło – soczewka, w szczególności położenie źródła względem kaustyki. Nie są one natomiast związane z przesunięciem ku czerwieni źródeł, co pokazują wykresy na rysunku 35 badające rozkład wzmocnienia dla trzech różnych przesunięć ku czerwieni źródeł. Dodatkowo dolna część rysunku wskazuje na to, że źródło może być wzmocnione 10 lub 100 razy także przez halo ciemnej materii o niedużej prędkości (a tym samym masie), co dzieje się także na dowolnym

przesunięciu ku czerwieni.

Przyjmuje się, że supernowe typu Ia mają taką samą wartość jasności absolutnej M_B w maksimum krzywej zmian blasku w filtrze B . Fakt ten jest wynikiem pochodzenia tych obiektów, co zostało opisane we wstępie do tego rozdziału. Stąd założono, że średnia jasność absolutna supernowej typu Ia w maksimum blasku jest równa $M_B = -19,13$ mag (Conley i in. 2011, Sullivan i in. 2011). To samo nie może być niestety powiedziane dla supernowych typu CC. Obiekty tego rodzaju ze względu na różne pochodzenie mają dość szeroki zakres wartości jasności absolutnych, przyjęto więc średnią wartość $M_B = -18,5$ mag, oszacowaną na podstawie szeregu modeli krzywych zmian blasku prezentowanych w pracach Nugent i in. (2002) oraz Barbary i in. (2012).

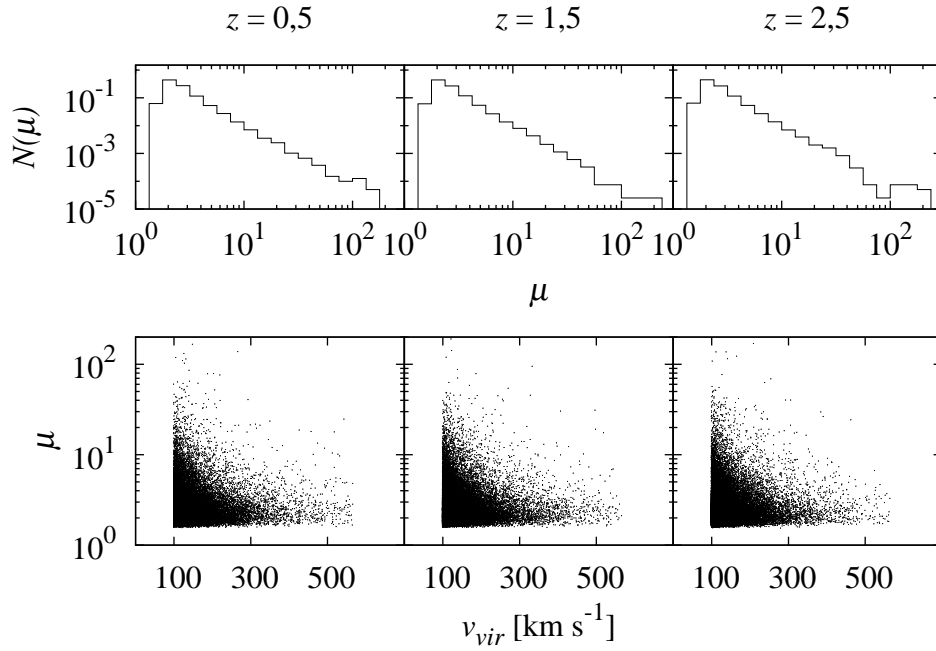
Soczewkowana supernowa zostanie wzmocniona o czynnik $-2,5 \log(\mu)$, gdzie μ oznacza największą wartość wzmocnienia w danym zasymulowanym układzie soczewka – źródło. Wartość obserwowanej jasności w filtrze B (w układzie związanym ze źródłem) w maksimum krzywej zmian blasku przyjmie wartość:

$$m_B = M_B + 5 \log \left(\frac{D(z)}{10 \text{ pc}} \right) - 2,5 \log(\mu), \quad (60)$$

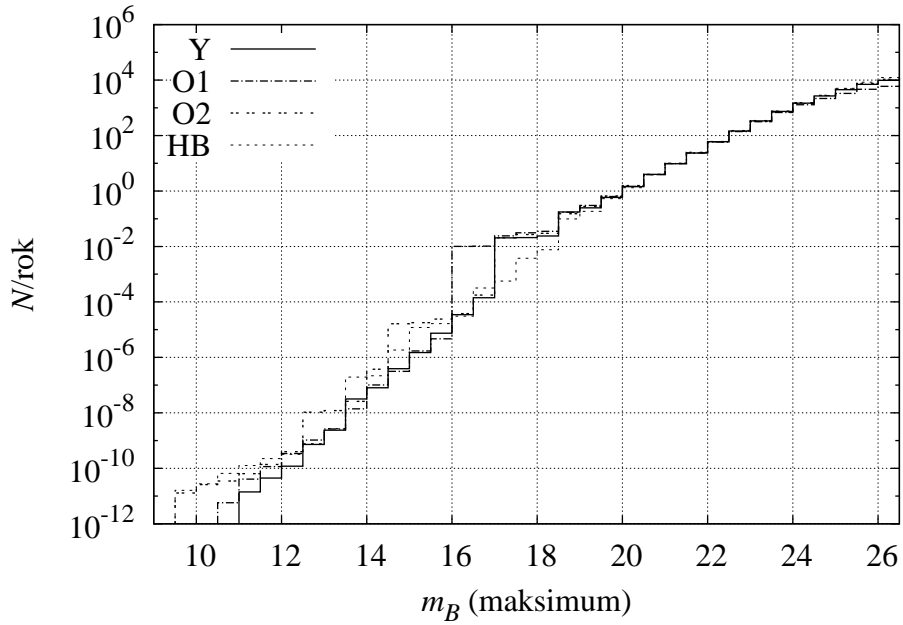
gdzie $D(z)$ jest odległością bolometryczną.

Łącząc rozkłady liczby występujących we Wszechświecie wybuchów supernowych z rozkładami wzmocnienia, otrzymano rozkład liczby soczewkowanych supernowych obu typów Ia i CC (biorąc pod uwagę jasność a nie jak wcześniej przesunięcie ku czerwieni). Po pierwsze, z histogramów na rysunku 36 można oszacować liczbę soczewkowanych supernowych o zadanej jasności obserwowanej. Dla typu Ia oczekiwana liczba zjawisk w ciągu roku na całym niebie to ok. 0,6 (pomiędzy 0,53 a 0,66 w zależności od przyjętej funkcji SFH) do jasności 20 magnitudo, którą można uważać graniczną dla wielu obecnych przeglądów nieba. Jednakże przyszłe przeglądy nieba, które osiągną możliwość obserwowania z Ziemi obiektów nawet do 24 magnitudo, mają szansę zobaczyć do 700 silnie soczewkowanych wybuchów supernowych typu Ia w ciągu roku, obserwując całe niebo. Założono, że wszystkie wybuchające supernowe zostaną zaobserwowane. W rzeczywistości należy przyjąć pewną wydajność obserwacji, co zostanie uczynione przy analizie wyników w kontekście konkretnych przeglądów nieba.

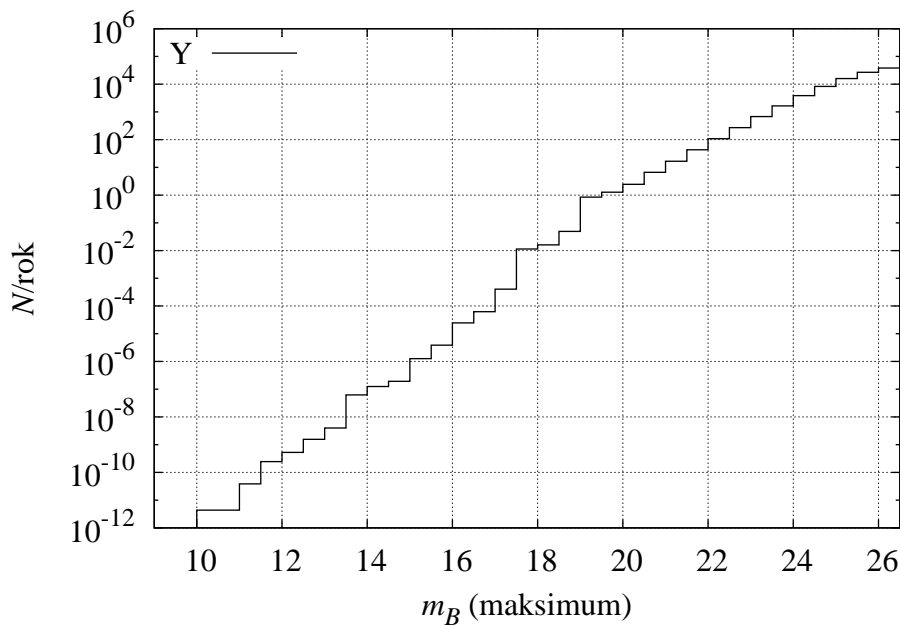
Bliższe przyjrzenie się wskazanym histogramom pokazuje, że nie będzie możliwe rozróżnienie typów funkcji SFH na podstawie liczby zaobserwowanych



Rysunek 35. Górna część: rozkład wzmoceń, μ , dla źródeł położonych na kolejnych przesunięciach ku czerwieni ($z_S = 0,5; 1,5; 2,5$). Dolna część: Wzmocnienie, μ , w funkcji prędkości wiralnej halo ciemnej materii, v_{vir} , dla źródeł położonych na kolejnych przesunięciach ku czerwieni ($z_S = 0,5; 1,5; 2,5$).



Rysunek 36. Kumulatywny rozkład liczby soczewkowanych supernowych typu Ia wybuchających w ciągu roku na całym niebie w zależności od jasności obiektu w maksimum jasności w filtrze B (emitowanym – m_B). Histogramy dla różnych typów funkcji SFH.



Rysunek 37. Kumulatywny rozkład liczby soczewkowanych supernowych typu CC wybuchających w ciągu roku na całym niebie w zależności od jasności obiektu w maksimum jasności w filtrze B (emitowanym – m_B). Histogram dla funkcji SFH typu Y.

silnie soczewkowanych supernowych. Wcześniej na rys. 31 pokazującym różne typy użytych funkcji SFH widać, że znaczące różnice pomiędzy typami funkcji widoczne są dopiero na przesunięciach ku czerwieni ok. 1,5 i powyżej. Biorąc pod uwagę, że większość supernowych jest wzmacniania niewiele, ten przedział przesunąć ku czerwieni będzie widoczny na histogramie dla jasności powyżej 24,5, co praktycznie leży za granicami narzucanymi w tym badaniu.

Dla supernowych typu CC przewidziano 1,3 soczewkowanych zdarzeń na rok na całe niebo do jasności 20 mag, ale aż 1700 zjawisk w przedziale do 24 mag (rys. 37).

Na koniec kilka uwag bardziej technicznych dotyczących samej symulacji. Nie wzięto pod uwagę zjawiska mikrosoczewkowania soczewkowanej supernowej przez gwiazdy w galaktyce – soczewce, gdyż znacznie wykraczałoby to poza prezentowane tutaj statystyczne podejście do problemu (kwestia ta jest rozważana w artykule opublikowanym przez Dobler i Keeton 2006). Zaniebdany został także efekt ekstynkcji poprzez materię międzygwiazdową galaktyki, w której znajdują się potencjalne supernowe. W pracy Goobar i in. (2002) można znaleźć twierdzenie, iż ekstynkcja nie zaburza w większym stopniu ani możliwości detekcji ani pomiaru jasności supernowej.

W związku z tym, że badania mają charakter statystyczny, nie wzięto też

pod uwagę charakterystyki galaktyk, w których mogłyby znaleźć się potencjalne źródła. Oczywiście zajęcie się tym aspektem jest konieczne przy wybieraniu konkretnych układów do prowadzenia obserwacji. Niemniej to też wykracza poza ramy tego badania.

4.4. Wyniki symulacji w kontekście diagramu Hubble’a i różnych przeglądów nieba

Celem opisanej powyżej symulacji jest podanie częstości występowania we Wszechświecie soczewkowanych supernowych typu Ia i CC możliwych do zaobserwowania. Rzeczywiste galaktyki, które mogłyby być silnymi soczewkami grawitacyjnymi, były reprezentowane przez zwiralizowane halo ciemnej materii pochodzące z symulacji *Millennium*. W tabeli 3 zebrano oczekiwane liczby soczewkowanych supernowych obu typu w kilku przykładowych przeglądach nieba (SDSS Stripe 82, Gaia, LSST – wszystkie opisane w rozdziale 2, dla przypomnienia w tabeli 1 znajdują się podstawowe informacje o przeglądach niezbędne do obliczeń w prezentowanej symulacji). Pokazane wartości przytoczono dla dwóch wydajności przeglądów w znajdowaniu supernowych – 100% (co odpowiada rzeczywistej liczbie zjawisk na badanym niebie) oraz 20% (co można uznać za typową wydajność tego typu przeglądów).

W danych katalogu Stripe 82 zbieranych przez 8 lat z niewielkiego fragmentu nieba (ok. 300 stopni kwadratowych) prawdopodobieństwo znalezienia soczewkowanej supernowej jest bardzo małe (0,119 i 0,198 detekcji odpowiednio supernowej typu Ia i CC, biorąc pod uwagę cały czas trwania przeglądu).

Misja kosmiczna Gaia w ciągu 5 lat trwania pokryje obserwacjami całe niebo, ale częstość badania różnych rejonów nieba nie będzie wszędzie taka sama. Z tego powodu wydajność przeglądu będzie zmienna, niemniej tu też została ona założona na stałym poziomie 20%. Szacowana liczba zaobserwowanych supernowych to nie więcej niż 2 (po jednej dla każdego typu). Dane pochodzące z tego przeglądu będą analizowane na bieżąco, a umieszczony na pokładzie spektrograf niskiej rozdzielczości umożliwi zaklasyfikowanie supernowej do wybranego typu oraz podanie oszacowania na przesunięcie ku czerwieni obiektu.

Planowany przegląd nieba przy użyciu teleskopu LSST powinien przynieść większe sukcesy na polu odkrywania soczewkowanych supernowych. Ponownie zakładając 20% efektywność detekcji zjawiska typu supernowa dla części nieba obserwowanej przez LSST, w ciągu 10 lat oczekiwanego działania projektu powinno zostać zaobserwowanych ok. 1400 soczewkowanych supernowych typu Ia

Tabela 3. Oczekiwana liczba soczewkowanych supernowych typu Ia i CC w różnych przeglądach nieba (podane wartości przy założeniu wydajności detekcji 100% oraz 20%).

Przegląd (wydajność)	Liczba SN Ia [1 rok]	Liczba SN CC [1 rok]	Liczba SN Ia [cały przegląd]	Liczba SN CC [cały przegląd]
Stripe 82 (100%)	0,073	0,124	0,584	0,992
Gaia (100%)	0,60	1,27	3,0	6,35
LSST (100%)	710	1900	7100	19000
Stripe 82 (20%)	0,015	0,025	0,119	0,198
Gaia (20%)	0,12	0,254	0,6	1,27
LSST (20%)	142	380	1420	3800

i ponad 3800 obiektów typu CC. Można mieć nadzieje, że tej wielkości próbka z supernowymi wybuchającymi na dużych przesunięciach ku czerwieni znacząco polepszy pomiary kosmologicznej skali odległości. Porównując wyniki symulacji dla przeglądu LSST z wcześniej publikowanymi przez Oguri i Marshall (2010), należy zwrócić uwagę na brak przyjętych w tym badaniu założeń dotyczących obserwacji drugiego wzmacnianego obrazu (np. separacji bądź limitu detekcji), które były kluczowe w przytoczonej pracy. Stąd nie powinien dziwić wyższy poziom liczby obserwowanych zjawisk soczewkowanych supernowych w prezentowanej tutaj symulacji (wymienieni autorzy szacują liczbę zaobserwowanych soczewkowanych supernowych obu typów tylko na 130 w ciągu 10 lat pracy przeglądu).

Reasumując, opisana symulacja pokazuje, że dla źródeł położonych na przesunięciach ku czerwieni większych niż 0,5 prawdopodobieństwo soczewkowania jest ponad 10^{-5} (patrz rys. 29), poza tym ogromna większość supernowych będzie pochodziła z takich przesunięć ku czerwieni. Liczba soczewkowanych supernowych na przesunięciach ku czerwieni rzędu 0,5 i większych nie sięga jednak wartości wyższych niż 10^{-9} do 10^{-7} na rok na Mpc^3 , co wskazuje, że nawet na większych przesunięciach ku czerwieni są to rzadkie zjawiska. Zwłaszcza jeżeli porówna się te liczby ze wszystkimi wybuchającymi supernowymi, których oczekuje się na danym przesunięciu ku czerwieni. Przykładowo dla przesunięć ku czerwieni powyżej $\sim 0,5$, około 0,06% wszystkich supernowych wybuchających we Wszechświecie będzie wzmocnione co najmniej 2 razy (patrz rys. 34). Co więcej, znakomita większość najbardziej wzmocnionych obrazów będzie pojaśniona tylko 2 razy (czyli nastąpi wzrost jasności o 0,75 mag). Jednak nadal należy podkreślić, że pewna niezaniechanie część obiektów (ok. 2%) zostanie wzmocniona nawet 10 i więcej razy, co uczyni te supernowe łatwo rozróżnialnymi od całej grupy niesoczewkowanych supernowych.

Poszukiwania supernowych mogą być prowadzone przez szerokie przeglądy nieba (takie jak już wspomniane Gaia i LSST), ale również poprzez ciągłe obserwacje wybranych układów z silnymi soczewkami grawitacyjnymi. Przedstawiona symulacja pokazuje, że najważniejszy czynnikiem podnoszącym wydajność takiego poszukiwania soczewkowanych supernowych jest położenie soczewkowanej galaktyki w płaszczyźnie źródeł: jeżeli galaktyka, w której wybuch supernowa, przecina kaustykę, wzrasta prawdopodobieństwo otrzymania dużych wzmocnień.

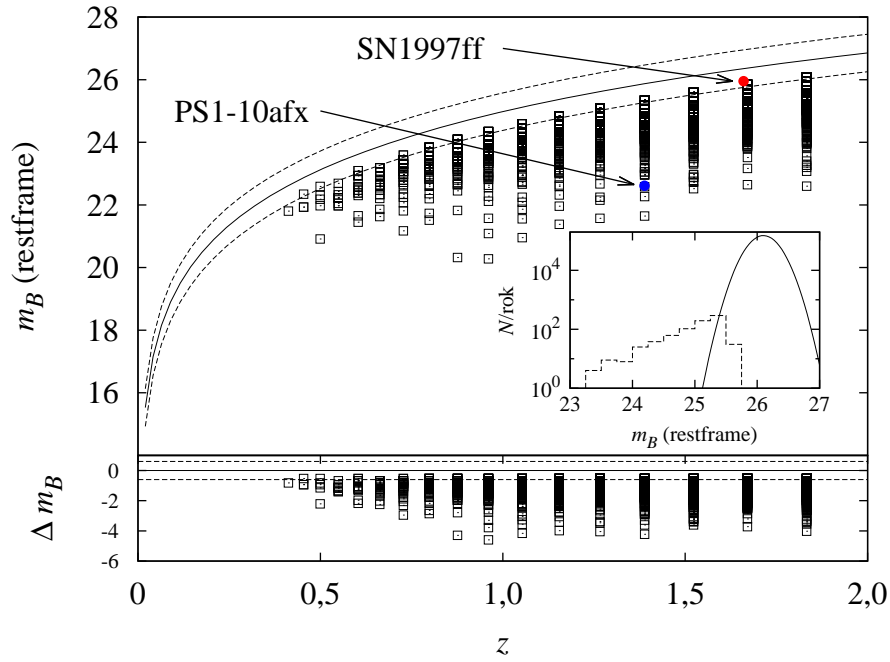
Co więcej, należy podkreślić, że supernowe wybuchające na przesunięciu ku czerwieni 0,5 będą miały kosmologicznie przesunięte maksimum krzywej zmian blasku z filtru B do bliskiej podczerwieni. Obserwacje w tym zakresie gwarantują dużą jasność obserwowaną supernowej, co tym samym zwiększa szansę na detekcję soczewkowanej supernowej.

Z punktu widzenia kosmologii kluczowe pozostaje zbadanie wpływu próbki soczewkowanych supernowych typu Ia na diagram Hubble’a (rys. 38). Ten podstawowy test kosmologiczny, zawierający zwykle zależność pomiędzy obserwowaną jasnością obiektu (powiązaną z kosmologiczną odległością do niego) a przesunięciem ku czerwieni, służy do pomiaru geometrii Wszechświata. Zaznaczone wielkości są znacznikami ekspansji Wszechświata na danym przesunięciu ku czerwieni, a obserwowana relacja pomiędzy jasnością a przesunięciem ku czerwieni opisuje historię Wszechświata i bezpośrednio wyznacza model kosmologiczny. Nachylenie relacji dla małych przesunięć ku czerwieni odpowiada za obecny stopień ekspansji, natomiast kształt krzywej dla dalszych przesunięć ku czerwieni rozstrzyga o ogólnej geometrii Wszechświata. Na diagramie Hubble’a zaznacza się zwykle obiekty, których jasność absolutna nie zależy od czasu i położenia (tzw. *świece standardowe*, np. rozważane tutaj supernowe typu Ia).

Na podstawie zamieszczonego wykresu można twierdzić, że większość soczewkowanych supernowych będzie rozróżnialna na takim diagramie od standardowej próbki obecnie obserwowanej. Tak więc każdy obiekt odstający w jasności od typowych powinien być sprawdzony pod kątem potencjalnego soczewkowania grawitacyjnego. Dodatkowy wykres na rys. 38 pokazuje, czy dwie próbki (soczewkowanych i niesoczewkowanych) supernowych typu Ia będą się choć częściowo pokrywać. Wybrano supernowe pochodzące z przedziału przesunięć ku czerwieni pomiędzy 1,4 i 1,5 oraz przyjęto średnią jasność obserwowaną niesoczewkowanych supernowych 26,1 z dyspersją $\sim 0,2$ (Conley i in. 2011). Dla przypomnienia podana dyspersja jest tutaj wynikiem wewnętrznego rozrzutu w obserwacjach wywołanego niekompletnym zrozumieniem zja-

wiska fizycznego, jakim jest wybuch supernowej, czy też wszelkich niepewności w pomiarach fotometrycznych. Można oczekiwać, że część próbek soczewkowanych supernowych wymiesza się z obiektami niesoczewkowanymi. Dla przykładu można podać wybuch supernowej SN 1997ff znalezionej w przeglądzie HDF (the Hubble Deep Field), która została zidentyfikowana jako supernowa pochodząca z dalekiego przesunięcia ku czerwieni (rzędu 1,7) prawdopodobnie wzmocniona przez soczewkowanie grawitacyjne dwóch galaktyk położonych niedaleko linii widzenia (Lewis i Ibata 2001). Obserwowana jasność supernowej została zwiększona o $\sim 0,4$ mag, co jest zmianą nieznacznie większą niż różnica pomiędzy kilkoma przewidywanymi modelami kosmologicznymi. Supernową SN 1997ff zaznaczono na diagramie Hubble’a (rys. 38). Również niedawno znaną przez Quimby i in. (2013) supernową PS1-10afx umieszczono na diagramie Hubble’a, gdyż wykazuje w widmie typowe cechy typu Ia. Jest jednocześnie wzmocniona 20 razy, co autorzy próbują wytłumaczyć obecnością na linii widzenia bardzo masywnej czarnej dziury bądź małomasywnego halo ciemnej materii. Dalsze badania tego obiektu powinny przynieść ciekawe rozstrzygnięcia.

Wyniki opisywanej tutaj symulacji silnego soczewkowania supernowych odpowiadają też niedawno opublikowanym badaniom prezentowanym przez Karpenka i in. (2012), gdzie zastosowano podejście bayesowskie w celu skonstruowania statystyki dotyczącej własności halo ciemnej materii związanych z galaktykami – soczewkami, które przecinają linie widzenia pomiędzy obserwatorem a supernowymi. Metoda została zastosowana do symulowanych danych, powstałych na bazie rzeczywistego 3-letniego przeglądu nieba SNLS (the SuperNova Legacy Survey). Przegląd obserwował wycinek nieba o powierzchni 4 stopni kwadratowych do jasności 24,5 mag, znaleziono ok. 160 przypadków supernowych typu Ia wybuchających na przesunięciach ku czerwieni $0,1 < z < 1$. W swoich badaniach Karpenka i in. (2012) rozważyli dwa profile gęstości halo ciemnej materii: model obciętej osobliwej izotermicznej sfery oraz profil NFW. Autorzy pokazują, że detekcja sygnału pochodzącego od soczewkowania grawitacyjnego w symulowanej próbce jest wysoce mało prawdopodobna w przypadku obu profili gęstości materii. Aczkolwiek podczas analizy rzeczywistych danych z katalogu SNLS znaleziono bardzo niewielki sygnał pochodzący od soczewkowania grawitacyjnego (i tylko dla modelu obciętej osobliwej izotermicznej sfery). W przypadku badania soczewkowanych supernowych opartych na danych z symulacji *Millennium* otrzymano 0,028 soczewkowanej supernowej w ciągu roku dla podobnie małego przeglądu (przy



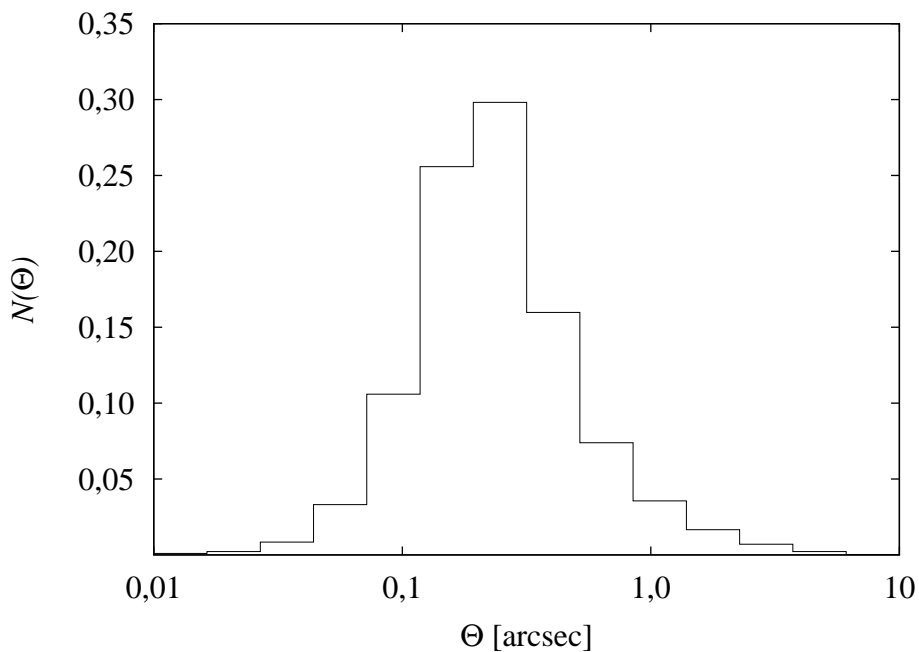
Rysunek 38. Diagram Hubble'a dla supernowych typu Ia. Ciągła linia reprezentuje moduł odległości dla parametrów kosmologicznych $\Omega_M = 0,27$; $\Omega_\Lambda = 0,73$, $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, linie przerywane wskazują rozrzut w obecnie zebranej próbie zaobserwowanych supernowych typu Ia (Conley i in. 2011). Kwadratami oznaczono wszystkie symulowane soczewkowane supernowe, które wybuchną na całym niebie w jednego ciągu roku. Na dolnej części wykresu zaznaczono residua względem proponowanego modelu kosmologicznego. Strzałki wskazują podejrzewane o bycie soczewkowanymi supernowymi obiekty SN 1997ff (kolorem czerwonym, Lewis i Ibata 2001) oraz PS1-10afx (kolorem niebieskim, Quimby i in. 2013). W ramce zaznaczono rozkład liczby niesoczewkowanych i soczewkowanych supernowych typu Ia na rok wybuchających na przesunięciu ku czerwieni ok. 1,5. Linia ciągła odpowiada za próbkę niesoczewkowaną, linią przerywaną oznaczono histogram soczewkowanych supernowych.

założeniu 20% wydajności detekcji tego typu zjawisk).

Przedstawione powyżej wyniki symulacji wskazują na brak możliwości rozróżnienia poszczególnych funkcji historii formowania się gwiazd na podstawie obserwacji soczewkowanych supernowych. Wyraźne rozgraniczenie pomiędzy poszczególnymi typami funkcji SFH następuje dopiero dla jasności obserwowanych powyżej 26 magnitudo, co znacznie wykracza poza możliwości prowadzonych obecnie czy planowanych w niedalekiej przyszłości szerokich przeglądów nieba. Jednakże wystarczająco obszerna próbka (zaobserwowana np. w przeglądzie LSST) daje szanse na weryfikację wyników symulacji kosmologicznych, np. uniwersalności profili gęstości ciemnej materii.

4.5. Opóźnienie i *blending*

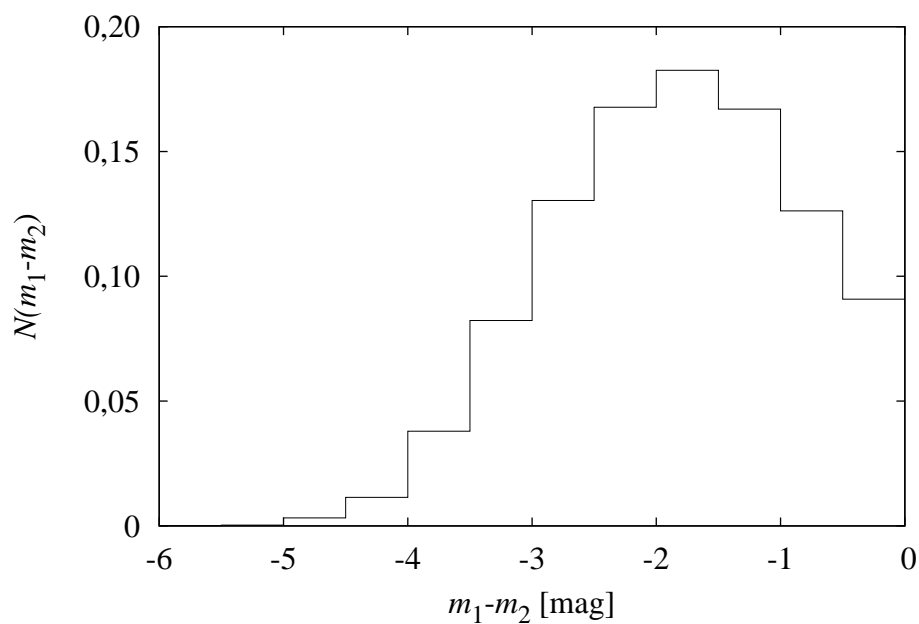
W opisywanej symulacji nacisk został położony głównie na statystyczne możliwości obserwacji najbardziej wzmocnionego obrazu soczewkowanej supernowej. Jednakże zjawisko silnego soczewkowania grawitacyjnego implikuje w znakomitej większości istnienie wielokrotnych obrazów jednego źródła. Należy być świadomym, że jeżeli separacja poszczególnych obrazów będzie mniejsza niż kąтова rozdzielczość detektora, wzmocnione obrazy ulegną *złaniu* tworząc jeden obserwowany obraz (zjawisko *blendingu*). Aby oszacować jasność takiego *zlanego* obrazu konieczne jest wzięcie pod uwagę czasowej ewolucji krzywej zmian blasku supernowej oraz opóźnienia pomiędzy dotarciem poszczególnych obrazów do detektora. W ponad 97% wszystkich symulowanych zjawisk powstawały dwa wzmocnione obrazy, pozostałe niecałe 3% przypadło na układy z czterema wzmocnionymi obrazami. Dla układów podwójnych większość separacji była w okolicy $0,5''$, dla poczwórnych zaś – $0,2''$ (patrz histogramy na rys. 39 i 45), co jest porównywalne z typową rozdzielczością teleskopów umieszczonych na Ziemi. W większości przypadków układów z dwoma wzmocnionymi obrazami zmiana jasności obserwowanej (pomiędzy pojedynczym obrazem a obrazem *zlanym*) nie byłaby większa niż 0,5 mag, przy czym średnia różnica pomiędzy jasnością uwzględniającą dwa obrazy a biorącą pod uwagę tylko najbardziej wzmocniony jest równa $0,23 \pm 0,17$ mag. Wartość tę można uznać za porównywalną z niepewnościami wyznaczenia jasności absolutnej supernowych obu typów. W obliczeniach przyjęto ewolucję czasową krzywej zmian blasku supernowej typu Ia zaproponowaną przez Nugent i in. (2002) oraz uwzględniono powstające opóźnienie. Na rysunku 40 przedstawiono różnicę w wartości obserwowanej jasności dla dwóch obrazów, bez uwzględnienia ewolucji czasowej krzywej, co jest odzwierciedleniem stosunku wzmocnień



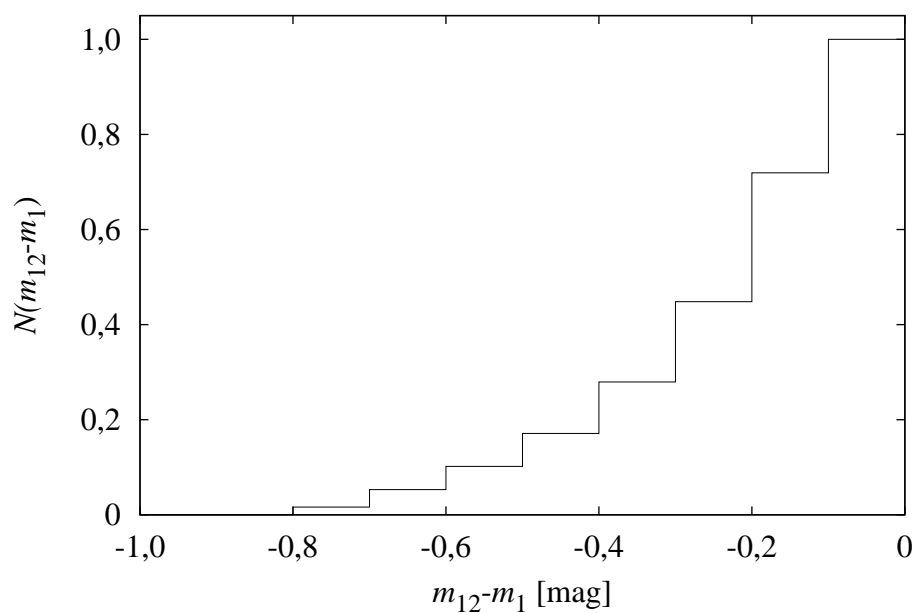
Rysunek 39. Znormalizowany rozkład separacji kątowych, Θ , dla przypadku dwóch obrazów.

tych obrazów. Kumulatywny histogram na rys. 41 prezentuje bezwzględną różnicę pomiędzy maksimum krzywej pojedynczego obrazu a maksimum krzywej *złanych* obrazów (tym razem przy uwzględnieniu opóźnienia dla krzywej drugiego obrazu). Tylko dla ok. 8% soczewkowanych supernowych różnica w obserwowanych jasnościach byłaby większa niż 0,5 mag. Ewentualne problemy przy detekcji podwójnych obrazów mogą być związane z niewielką wartością opóźnienia pomiędzy poszczególnymi obrazami (najczęściej rzędu 1 dnia, patrz histogram na rys. 42). Kolejne histogramy (rys. 43) przedstawiają liczbę potencjalnych obiektów w zależności od różnicy w jasności pomiędzy *złanym* obrazem a pojedynczym oraz od opóźnienia bądź separacji obrazów.

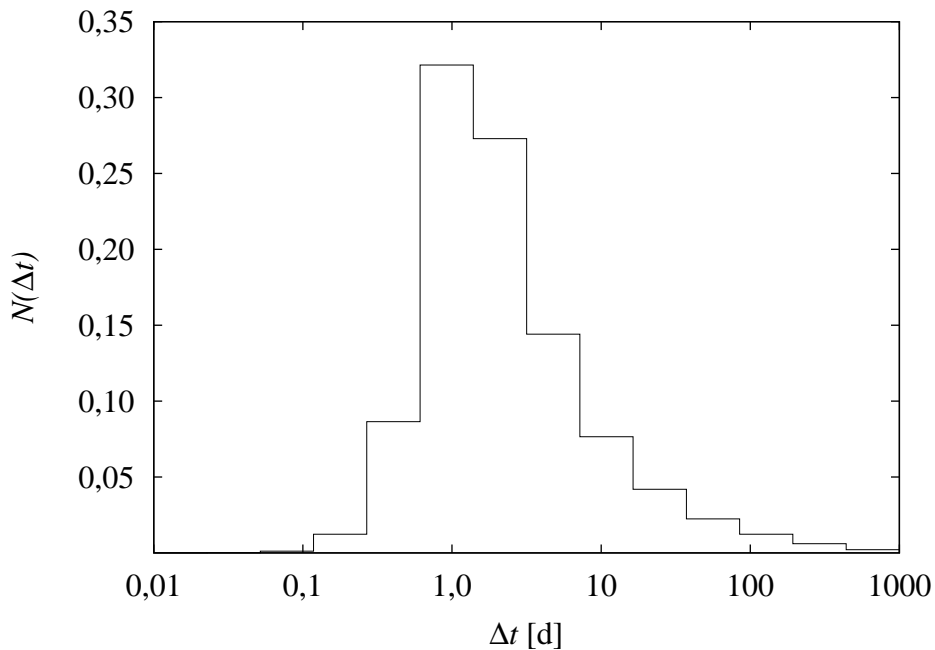
Natomiast dla układów z czterema silnie wzmocnionymi obrazami sumaryczna jasność *złanego* obrazu może być znacznie większa niż jasność pojedynczego najbardziej wzmocnionego obrazu (patrz histogram na rys. 44, uwzględniono również wpływ opóźnienia i ewolucji krzywej dla typu Ia). Średnia zmiana w obserwowanej jasności ma wartość ok. 1 mag, niemniej mogą zdarzyć się układy ze zmianą jasności do 1,4 mag, co mogłoby by poprawić znacznie ich wykrywalność. Należy jednak pamiętać o bardzo małej liczbie takich obiektów $< 1\%$. Na rysunkach 45 i 46 przedstawiono zależności pomiędzy separacjami, opóźnieniami oraz różnicami w jasnościach pomiędzy poszczególnymi obrazami w układach poczwórnych (bez względu na opóźnienie czy kształt krzywej



Rysunek 40. Różnica w obserwowanych jasnościach obu obrazów m_1 i m_2 .



Rysunek 41. Kumulatywny rozkład zmian w obserwowanej jasności pomiędzy obrazem pojedynczym, m_1 , a *zlanym* obrazem, m_{12} . Przyjęto ewolucję krzywej zmian blasku jak dla supernowej typu Ia.

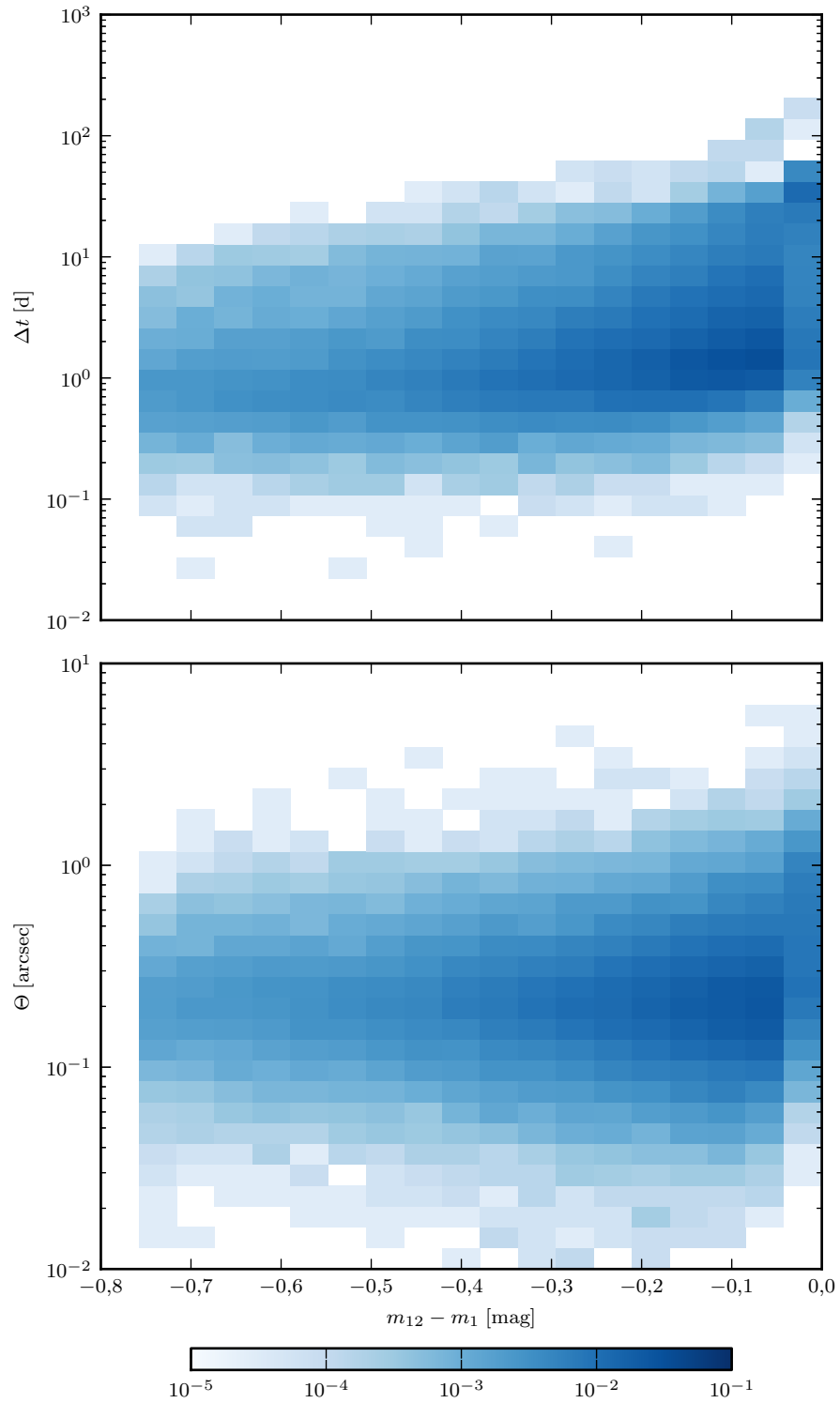


Rysunek 42. Znormalizowany rozkład opóźnień, Δt , w czasie obserwacji dwóch obrazów.

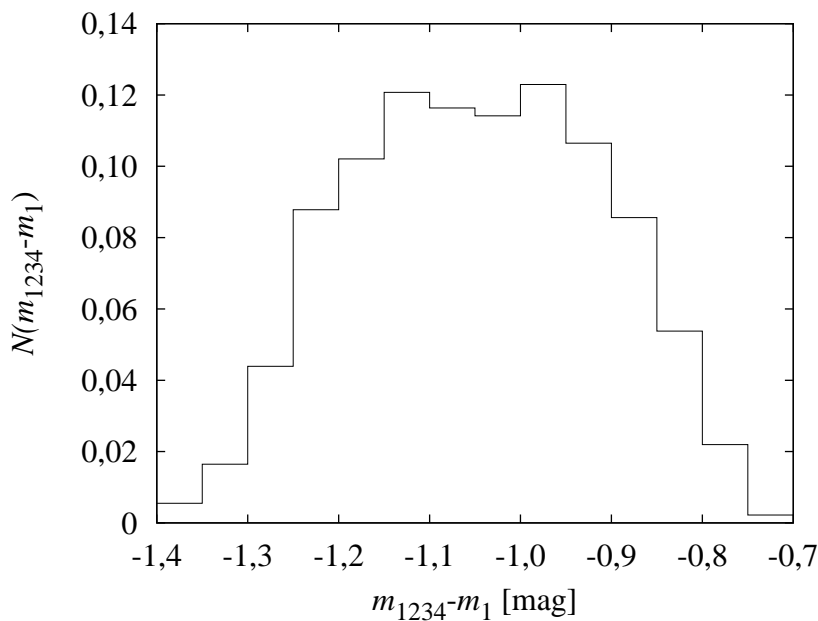
blasku badanego obiektu). Pierwszym wnioskiem, jaki się nasuwa po przyjrzeniu się histogramom uwzględniającym opóźnienie i różnicę jasności, jest fakt, iż nie zawsze obraz docierający do obserwatora jako pierwszy jest obrazem najbardziej wzmocnionym, zwykle jest on ciemniejszy od obrazów drugiego i trzeciego ($m_1 - m_2 > 0$, $m_1 - m_3 > 0$), natomiast jaśniejszy od obrazu czwartego ($m_1 - m_4 < 0$). Obrazy drugi i trzeci mają najczęściej podobną jasność mimo różnych opóźnień i separacji. Podobnie jak dla układów podwójnych kolejnych obrazów najczęściej należy spodziewać się w odstępach ok. 1 dnia.

Ponieważ układy, w których kluczowym wydaje się być połączenie małej separacji z dużą różnicą w obserwowanej jasności, stanowią znikomy procent całej badanej próbki, postanowiono w przedstawianych powyżej statystykach oczekiwanej liczby wybuchających i obserwowanych soczewkowanych supernowych zaniedbać efekt zlewania się obrazów.

Wszystkie powyżej prezentowane histogramy dotyczą źródeł umieszczonych na przesunięciu ku czerwieni ok. 1,5. Zbadano, że nie ma żadnej wyróżniającej się zależności pomiędzy histogramami dla różnych przesunięć ku czerwieni, dlatego też histogramy przedstawiono tylko dla wybranej epoki. Niemniej należy pamiętać, że możliwości separacji obrazów oraz pomiaru opóźnień pomiędzy poszczególnymi obrazami są kluczowe dla niektórych badań kosmologicznych (np. pomiaru stałej Hubble’a). Istotna tutaj może być znajomość kształtu



Rysunek 43. Znormalizowany histogram liczby przypadków soczewkowanych supernowych w zależności od różnicy pomiędzy jasnością pojedynczego obrazu a *zlanego* oraz od opóźnienia, Δt , (górna część) bądź od separacji kątowej pomiędzy obrazami, Θ (dolna część).

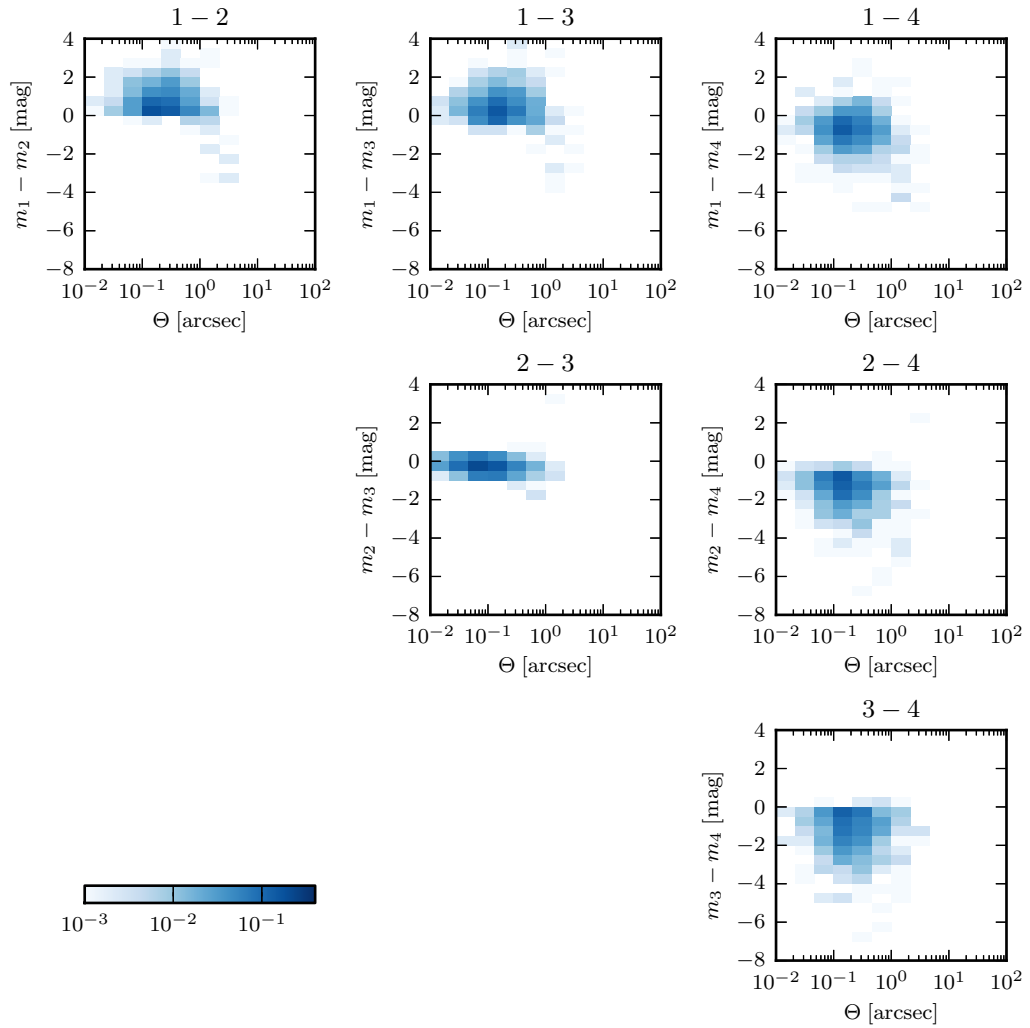


Rysunek 44. Znormalizowany histogram różnic pomiędzy jasnością obserwowaną dla obrazu *zlanego* z czterech obrazów, m_{1234} , a jasnością obrazu najbardziej wzmocnionego, m_1 . Uwzględniono ewolucję czasową krzywych zmian blasku taką jak dla supernowej typu Ia.

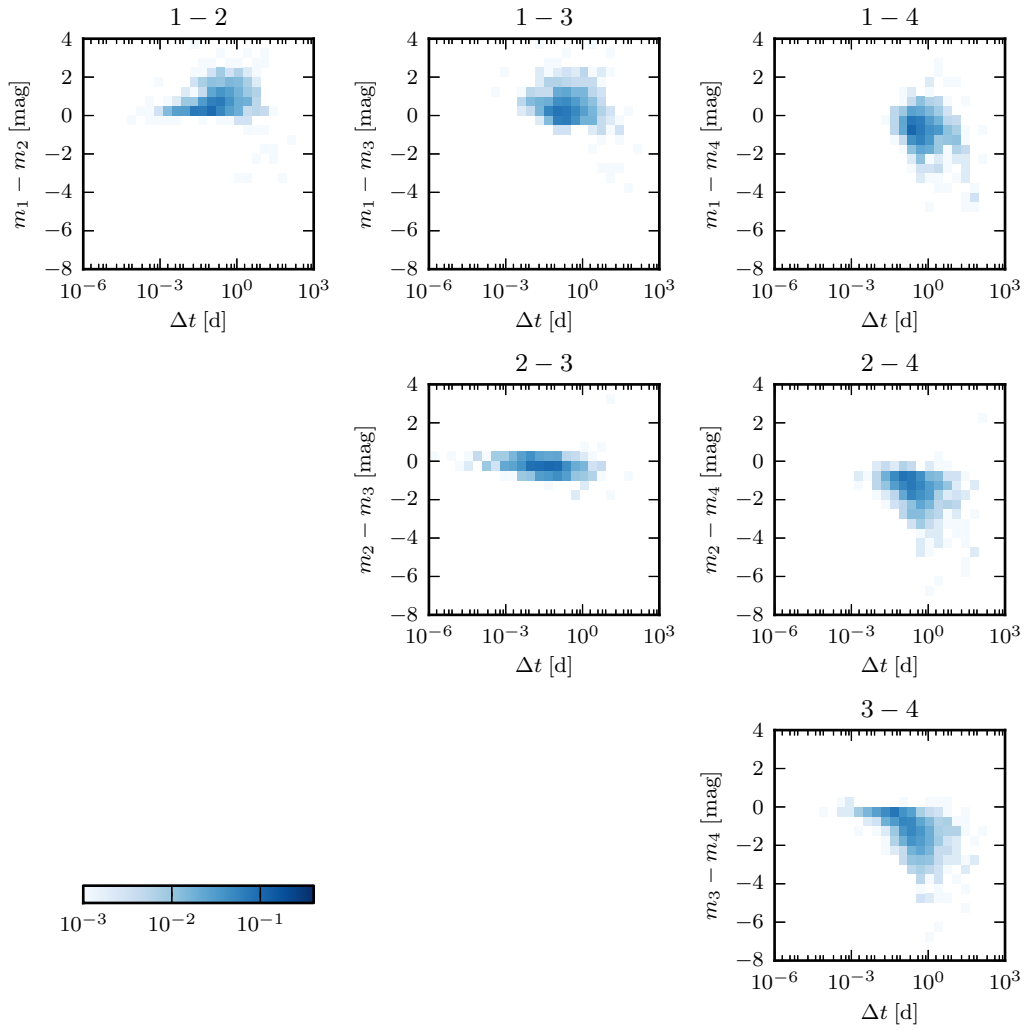
wspólnej krzywej zmian blasku powstającej w wyniku *złania się* obrazów, która może być odróżnialna od klasycznego kształtu.

4.6. Wnioski

Celem przeprowadzonych symulacji było zbadanie możliwości wpływu silnego soczewkowania grawitacyjnego na obserwacje supernowych różnych typów. Wyznaczona została liczba obserwowanych supernowych w kilku przeglądach nieba. Obecnie możliwości detekcji takich zjawisk nie przekraczają jednego – kilku obiektów w ciągu trwania typowego przeglądu. Jednak w przyszłości należy spodziewać się odkrywania dużej liczby takich supernowych. Niestety obserwacje soczewkowanych supernowych nie wpłyną na rozróżnienie funkcji historii formowania się gwiazd. Będzie natomiast możliwe rozszerzenie badanej próbki na diagramie Hubble’a do dalekich przesunięć ku czerwieni.



Rysunek 45. Znormalizowane histogramy liczby przypadków soczewkowanych zjawisk w zależności od separacji kątowej, Θ i różnicy w jasności obserwowanych obrazów, $m_i - m_j$. Uwzględniono wszystkie pary $(i; j)$ obrazów dla przypadku czterech obrazów.



Rysunek 46. Znormalizowane histogramy liczby przypadków soczewkowanych zjawisk w zależności od opóźnienia, Δt i różnicy w jasności obserwowanych obrazów, $m_i - m_j$. Uwzględniono wszystkie pary $(i; j)$ obrazów dla przypadku czterech obrazów.

5. Modelowanie silnych soczewek grawitacyjnych

W rozdziale 1 opisano zjawisko silnego soczewkowania grawitacyjnego, wywołanego także przez galaktyki. Dotychczas zaobserwowano i przebadano kilkaset takich układów, gdzie galaktyka soczewkuje inną galaktykę. Tego typu układy są pomocne przy analizie ewolucji galaktyk, gdyż umożliwiają zbadanie obiektów bardzo odległych, dostępnych jedynie przy bardzo głębokich i długich obserwacjach. Liczne publikacje (np. Marshall i in. 2007, Swinbank i in. 2009, Newton i in. 2011) sugerują, że soczewkowanie grawitacyjne daje możliwość analizy hierarchicznego formowania się galaktyk na różnych przesunięciach ku czerwieni oraz przewidzenia relacji pomiędzy podstawowymi własnościami galaktyk (takimi jak jasność, promień czy masa). W tym rozdziale zostanie zaprezentowane modelowanie kilkunastu układów silnego soczewkowania znalezionych w katalogu CASSOWARY⁸. Rozdział zawiera opis procedury modelowania (podrozdział 5.1), wyniki w postaci dopasowanych parametrów (5.3.1 i 5.3.2). W podrozdziale 5.2 przeprowadzono analizę niepewności pomiaru parametrów soczewek i źródeł. Wizualizacja graficzna otrzymanych modeli znajduje się w dodatku B. Na koniec przedstawiona zostanie interpretacja wyników modelowania, w kontekście właściwości soczewek i galaktyk (5.4 i 5.5). Kilka z prezentowanych układów soczewkowania zostało już wymodelowanych przez innych autorów i posłużyło do skontrolowania jakości otrzymywanych modeli. W przeprowadzanych badaniach użyto danych tylko z przeglądu SDSS, co daje możliwość analizy dużo większej i jednocześnie spójnej próbki w porównaniu z dotychczas wymodelowanymi układami w katalogu CASSOWARY.

5.1. Modelowanie – opis

Modelowanie silnych soczewek grawitacyjnych wydaje się w dalszym ciągu być dużym wyzwaniem. Znając położenie i jasność źródła oraz model soczewki grawitacyjnej, jesteśmy w stanie otrzymać położenie, jasność czy opóźnienia poszczególnych obrazów za pomocą równania soczewki (patrz rozdział 1, równanie (4)). Przytoczone równanie umożliwia również badanie problemu od-

⁸Informacje o układach soczewek grawitacyjnych znalezionych w danych SDSS DR7 pochodzą z publicznej strony projektu (patrz podrozdział 2.2). Układy wyszukane w danych SDSS DR8 zostały otrzymane dzięki współpracy z Vasilym Belokurovem oraz Mattem Augerem z Uniwersytetu w Cambridge.

wrotnego: znalezienie modelu soczewki grawitacyjnej oraz parametrów źródła dla zadanych obrazów. Niestety z powodu wspomnianej nieliniowości równania soczewki oraz braku informacji o parametrach soczewki i źródła konieczne jest użycie metod numerycznych. Różnorodność obiektów soczewkujących i soczewkowanych wymusiła zaproponowanie wielu sposobów modelowania soczewkowania grawitacyjnego, co przejawia się różnymi algorytmami dostępnymi w literaturze. Wybór tego właściwego silnie zależy od typu soczewkowanego źródła, jakości obrazu, czy wyników oczekiwanych po analizie soczewki. Pierwszego wyboru dokonuje się przy doborze modelu rozkładu masy soczewki grawitacyjnej. Może to być prosty model parametryczny, np. potęgowy rozkład masy (Keeton 2001, Marshall i in. 2007, Barnabè i Koopmans 2007, Auger i in. 2011), bądź nie-parametryczny opisany na siatce (Saha i Williams 1997, Koopmans i in. 2006, Vegetti i Koopmans 2009). Największą różnicę pomiędzy tymi podejściami stanowi liczba dopasowanych zmiennych. W przypadku modelowania parametrycznego liczba dopasowanych parametrów będzie mniejsza niż liczba węzłów, natomiast w modelach nie-parametrycznych mamy tyle zmiennych, ile jest punktów na siatce. Model parametryczny wymaga jednak podania przed przystąpieniem do modelowania analitycznego opisu potencjału grawitacyjnego soczewki. Dla przykładu może to być profil izotermicznej sfery SIS, izotermicznej elipsoidy SIE czy profil potęgowy (patrz rozdział 1). W czasie modelowania zmieniane są parametry definiujące profil i porównywane dane obserwacyjne z otrzymywanymi na bieżąco obrazami. Dąży się jednocześnie do zminimalizowania wartości χ^2 , co może się odbywać w płaszczyźnie źródła lub w płaszczyźnie soczewki. Gdy minimalizacja χ^2 następuje w płaszczyźnie soczewki, porównujemy wymodelowane i zaobserwowane pozycje obrazów. Dla minimalizacji w płaszczyźnie źródła kluczowe jest zestawienie ze sobą wymodelowanych źródeł z wcześniej założonymi przewidywaniami co do źródła. Optymalizacja dokonywana w płaszczyźnie źródła jest bardziej precyzyjna, ale jednocześnie zajmuje więcej czasu. W przeciwieństwie do modelu parametrycznego, algorytm nie-parametryczny nie wymaga wybrania konkretnego modelu soczewki, pozwalając podczas modelowania na ciągłe zmiany rozkładu masy (potencjału grawitacyjnego), co można osiągnąć albo poprzez dodawanie kolejnych zaburzeń do prostego profilu masy, bądź zmienianie wartości na całej siatce w płaszczyźnie soczewki. Innym decydującym czynnikiem przy modelowaniu jest charakter źródła. Źródło może być punktowe, wtedy obrazy również będą zbliżone do punktowych, znając ich położenie oraz strumień jasności, istnieje możliwość odtworzenia położenia i strumienia jasności źródła

(Keeton 2001). W przypadku źródeł rozciąglonych obrazy naturalnie też będą rozciąglone, podczas modelowania pojawia się więc wybór pomiędzy założeniem prostego sparametryzowanego modelu źródła (Marshall i in. 2007, Auger i in. 2011), bądź modelu źródła opisanego na siatce (Koopmans i in. 2006, Barnabè i Koopmans 2007, Vegetti i Koopmans 2009).

W przypadku układów pochodzących z katalogu CASSOWARY mających rozciąglone źródła wybrano algorytm polegający na dopasowaniu parametrów źródła i soczewki do nieskomplikowanych modeli analitycznych. Poniżej w detalach przedstawiono kolejne kroki algorytmu.

Na wstępie dysponuje się wyłącznie zdjęciami (w tym przypadku z katalogu SDSS) galaktyki – soczewki oraz obrazów soczewkowanego źródła.

1. Pierwszy etap to założenie prostego modelu soczewki, opisanego poprzez gęstość powierzchniową masy $\kappa(\vec{\theta})$. Parametry soczewki można zanotować w wektorze $\vec{\zeta}$. W dalszych krokach niezbędne będzie obliczenie potencjału grawitacyjnego pochodzącego od soczewkującej masy $\psi(\vec{\theta}, \vec{\zeta})$ oraz kąta ugięcia $\vec{\alpha}(\vec{\theta}, \vec{\zeta})$.

2. Źródło i soczewka zostają opisane prostymi modelami jasności powierzchniowej. Parametry te zebrane są w wektorze $\vec{\zeta}'$.

3. Przy modelowaniu wykorzystywano fakt, iż soczewkowanie grawitacyjne zachowuje jasność powierzchniową źródła: $I_s(\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta})) = I_{im}(\vec{\theta})$, gdzie I_s i I_{im} to odpowiednio jasność powierzchniowa źródła i jego obrazów.

4. Dla dowolnego zestawu parametrów soczewki i źródła można znaleźć jasność powierzchniową soczewkowanych obrazów: $I_l(\vec{\theta}) = I_s(\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}, \vec{\zeta}); \vec{\zeta}')$.

5. Tak otrzymane I_l należy jeszcze spleść z profilem PSF (*point spread function*) wyznaczonym dla danego zdjęcia, otrzymując „modelowe” obrazy źródła.

6. Aby móc porównać wartości jasności powierzchniowej ze zdjęć z otrzymanymi w modelu, należy jeszcze otrzymane obrazy zrzutować na siatkę pikseli.

7. Jeżeli obrazy soczewkowanego źródła składają się z N pikseli, modelowy obraz $d'(\vec{\zeta}, \vec{\zeta}')$ można porównać z danymi obserwacyjnymi d za pomocą funkcji prawdopodobieństwa Pr zależnej od wartości χ^2 jak:

$$Pr(d' | (\vec{\zeta}, \vec{\zeta}')) \sim \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right). \quad (61)$$

Wartość χ^2 wyraża następująco:

$$\chi^2 = \sum_j^N \frac{[d_j - d'_j(\vec{\zeta}, \vec{\zeta}')]^2}{\sigma_j^2}, \quad (62)$$

gdzie $d_j, d'_j(\vec{\zeta}, \vec{\zeta}')$ to odpowiednio wartość w j -tym pikselu jasności powierzchniowej na zdjęciu oraz jasności powierzchniowej przewidywanej przez model opisany parametrami $\vec{\zeta}$ i $\vec{\zeta}'$, natomiast σ_j^2 to szum gaussowski w j -tym pikselu pochodzący od detektora i tła nieba (Marshall i in. 2007). Podsumowując, w całym opisanym powyżej procesie dąży się do znalezienia takich zestawów parametrów $\vec{\zeta}$ i $\vec{\zeta}'$, przy których wartość χ^2 jest najmniejsza.

Do wymodelowania soczewek grawitacyjnych pochodzących z katalogu CASSOWARY użyto kodu napisanego przez Matta Augera. Pierwotna wersja kodu została napisana w językach programowania *Python* oraz w mniejszym stopniu *Fortran*. Zaproponowany kod wykonuje przedstawiony powyżej algorytm. W swoim artykule Auger i in. (2011) opisują użycie kodu z powodzeniem do wymodelowania skomplikowanego układu SDSS J1347–0101 z galaktyką wczesnego typu jako soczewką i źródłem składającym się z dwóch składników o wyraźnie różnych parametrach (źródło składało się z dysku oraz bulge'a). Po otrzymaniu od autora kod wymagał pewnych rozszerzeń w celu dostosowania go do problemu modelowania soczewek z katalogu CASSOWARY. Dodano możliwość jednoczesnej analizy obserwacji w kilku filtrach, obliczania wzmocnienia, jasności i strumienia pochodzącego od soczewki oraz źródła, wyznaczania błędów dopasowanych parametrów.

Pierwszy krok algorytmu modelowania został zrealizowany poprzez wybranie modelu izotermicznej elipsoidy SIE z zewnętrznym ścinaniem opisanego wzorem na gęstość powierzchniową masy (patrz rozdział 1 oraz Schneider i in. 1992). Wielu autorów (np. Treu i Koopmans 2004, Rusin i Kochanek 2005, Koopmans i in. 2006) przedstawiło w swoich pracach argumenty za wnioskiem, że prosty model SIE jest dobrym przybliżeniem soczewkującego potencjału w skalach silnego soczewkowania przez galaktyki. Na podstawie badań dynamiki gwiazdowej większość galaktyk można uznać za izotermiczne lub prawie izotermiczne. Rusin i Kochanek (2005) wyznaczyli dla próbki 22 układów soczewkujących z masywną galaktyką wczesnego typu znalezionych przy użyciu Kosmicznego Teleskopu Hubble'a średnią wartość parametru nachylenia profilu potęgowego: $m = 1,06 \pm 0,17$, Koopmans i in. (2006) również podają wartość bardzo zbliżoną do wartości dla profilu izotermicznego: $m = 1,01^{+0,02}_{-0,03}$ (zestaw 15 soczewek grawitacyjnych w przeglądzie SLACS). Jednak

dla pewnych konkretnych układów odejście od modelu izotermicznego może być kluczowe dla otrzymania prawidłowego dopasowania profilu. W pracy Treu i Koopmans (2004) można znaleźć informacje o kilku układach obserwowanych również przy użyciu Teleskopu Hubble’a i teleskopu Kecka. Średnia wartość parametru m okazała się być trochę niższa od tej dla profili izotermicznych ($m = 0,75 \pm 0,10$). Autorzy sugerują, że taki wynik może być związany z otoczeniem badanych układów. Wkład od okolicznej ciemnej materii pochodzącej z halo gromady galaktyk mógł dodać pewną ilość masy do galaktyki – soczewki, powodując jednocześnie wypłaszczenie profilu masy całkowitej. Drugi powód pewnego rozrzutu pomiędzy wartościami parametru m może mieć związek ze stosunkiem masy ciemnej materii do masy materii świecącej w środkach galaktyk wczesnego typu położonych na dużych przesunięciach ku czerwieni. Niemniej w prezentowanym modelowaniu zostanie wykorzystany jedynie model SIE, gdyż jakiegokolwiek próby użycia modelu potęgowego nie doprowadziły do otrzymania godnych zaufania wyników (patrz podrozdział 5.3.1 – model CSWA 1).

Kolejnym elementem modelowania, który trzeba było określić na wstępie, był profil jasności soczewki i źródła. Rozkład jasności soczewki oraz źródła przybliżony został w tym przypadku eliptycznym profilem Sérsica (Sérsic 1963), który wyraża zależność na jasność obiektu w funkcji odległości od jego środka $|\vec{\beta}|$:

$$I(\vec{\beta}) \sim \exp \left[-k \left(\left(\frac{|\vec{\beta}|}{R} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \right], \quad (63)$$

gdzie n to indeks profilu, R – promień efektywny, $k = \text{const}$. Dla przypomnienia indeks profilu Sérsica $n = 0,5$ odpowiada rozkładowi normalnemu, $n = 1$ to eksponencjalny dysk, natomiast $n = 4$ to profil de Vaucouleura. Więcej na temat wykorzystania profilu typu Sérsica w modelowaniu galaktyk można znaleźć w pracy Peng i in. (2002). Używanie takiego modelu jest uzasadnione z dwóch powodów. Po pierwsze, otrzymywane dotychczas obrazy galaktyk położonych na dalekich przesunięciach ku czerwieni bardzo często morfologicznie reprezentują obiekty łatwe do sparametryzowania (dyski, bulge’ e etc). Druga przyczyna tkwi w intencjach badania odległych galaktyk. Jeżeli analiza soczewkowania grawitacyjnego ma na celu zbadanie zależności pomiędzy jasnością, masą, rozmiarem, czy kształtem galaktyki w funkcji przesunięcia ku czerwieni, najprościej jest to osiągnąć, rozważając proste modele tych galaktyk. Mimo że odległe galaktyki nie muszą być dokładnie opisywane przez profil typu Sérsica (zwłaszcza w filtrach niebieskich, gdzie bardziej skompliko-

wana budowa może sugerować istnienie np. regionów formowania się gwiazd), znajomość podstawowych parametrów takiego profilu (promień efektywny, indeks) nie jest bezużyteczna. W takim wypadku otrzymany pewne oszacowanie na „średnie” własności badanego obiektu, które też mogą być satysfakcjonujące z naukowego punktu widzenia. Tym bardziej, iż w przypadku danych z katalogu CASSOWARY rozdzielczość zdjęć nie umożliwia badania dokładnej struktury soczewkowanych źródeł (typowy rozmiar obrazów to kilka pikseli, czyli nie więcej 2-3 sekundy łuku).

Warto podkreślić, że wśród początkowych założeń dotyczących źródeł jest to, że źródło jest pojedyncze. Może to oczywiście generować zbyt duże uproszczenie modelu, ale ponownie należy podkreślić prawdopodobną niską jakość uzyskanego modelu przy większej liczbie parametrów. Używany kod umożliwia w szczególnych przypadkach wprowadzenie dodatkowych źródeł, tak jak na przykład zostało to zrobione przy analizie wspomnianego wyżej obiektu SDSS J1347-0101 (Auger i in. 2011). Wśród zaprezentowanych w tej pracy układów soczewek grawitacyjnych z katalogu CASSOWARY nie znalazła się żadna wymagająca takiego zabiegu. Podobnie w znakomitej większości modeli założono istnienie pojedynczej soczewki, tylko w jednym przypadku okazało się konieczne dodanie drugiego obiektu soczewkującego (patrz podrozdział 5.3.2 – model CSWA 161).

Większość do tej pory prezentowanych w literaturze przykładów modelowania silnego soczewkowania grawitacyjnego przez galaktyki zakładała, że pierwszym krokiem, jeszcze przed przystąpieniem do modelowania, będzie rozseparowanie obrazów źródła od profilu jasności galaktyki. Najczęściej uzyskiwano to przez modelowanie światła galaktyki za pomocą profilu Sérsica. Zyskiem z takiego podejścia jest dopasowywanie jednocześnie mniejszej liczby parametrów. Jednakże w przypadku zastosowanego tutaj algorytmu brak pierwotnej separacji obrazów i soczewki jest jego podstawową zaletą. Modyfikacja polega na jednoczesnym dopasowywaniu profilu jasności powierzchniowej soczewki z innymi parametrami. Równoległe modelowanie obu profili okazuje się być bardzo korzystne z punktu widzenia analizy błędów. Marshall i in. (2007) pokazali, że wycięcie galaktyki – soczewki ze zdjęcia przed dopasowywaniem profilu masy i profilu jasności soczewkowanego źródła, wprowadza bardzo duży błąd systematyczny parametrów źródła (głównie promienia efektywnego i jasności obserwowanej). W takim podejściu błąd powstały w wyniku wcześniejszej ekstrakcji soczewki stanowił 10% całego błędu systematycznego dla promienia efektywnego oraz 25% dla jasności obserwowanej.

Reasumując, soczewkę definiują parametry związane z rozkładem soczewkującej masy dla modelu izotermicznej elipsoidy z zewnętrznym ścinaniem: położenie środka masy soczewki x_L, y_L , promień Einsteina θ_E , stosunek półosi $q_L = b/a$, orientacja θ_L , wartość ścinania γ i orientacja ścinania θ_γ oraz parametry profilu jasności powierzchniowej typu Sérsica: położenie środka światła soczewki x'_L, y'_L , promień efektywny, w którym mieści się połowa strumienia pochodzącego od obiektu, R'_L , stosunek półosi q'_L , orientacja θ'_L , indeks profilu n_L . Dla profilu masy typu potęgowego należy do tych parametrów dołączyć nachylenie rozkładu m . Soczewkowane źródło zostało również opisane przez eliptycznie symetryczny rozkład z profilem Sérsica. Tutaj parametrami są położenie środka światła źródła x_S, y_S , promień efektywny R_S , stosunek półosi q_S , orientacja θ_S , indeks profilu n_S . Korzystając z przyjętej wcześniej konwencji: $\vec{\zeta} = (x_L, y_L, \theta_E, q_L, \theta_L, \gamma, \theta_\gamma, m)$ oraz $\vec{\zeta}' = (x'_L, y'_L, R'_L, q'_L, \theta'_L, n_L, x_S, y_S, R_S, q_S, \theta_S, n_S)$.

Jak zostało wspomniane w podrozdziale 2.2 w katalogu SDSS dostępne były zdjęcia wybranych obiektów w kilku filtrach. Do analizy użyte zostały obrazy w filtrach g, r, i oraz z . Natomiast w filtrze u większość obiektów była bądź niewidoczna, bądź widoczna bardzo słabo i z tego powodu nie wzięto pod uwagę zdjęć w tym filtrze. Z przyczyn technicznych zdjęcia tego samego obiektu w różnych filtrach nie muszą dokładnie do siebie pasować. W takim przypadku konieczne było dodanie parametrów odpowiadających za przesunięcie pomiędzy poszczególnymi filtrami, szczególnie gdy dużą wagę przywiązuje się do precyzji położenia środków obiektów poniżej 1 piksela. Trzy pary parametrów, (x_{gr}, y_{gr}) , (x_{gi}, y_{gi}) , (x_{gz}, y_{gz}) , opisujących odpowiednio przesunięcie zdjęć w filtrach r, i i z względem zdjęcia w filtrze g , były dopasowywane jednocześnie z pozostałymi parametrami. Niemniej model masy soczewki oraz profile jasności pozostają takie same we wszystkich filtrach. Wcześniejsze analizy soczewek grawitacyjnych wskazują na to, że nie wydaje się niezbędnym wprowadzanie innych profili w różnych filtrach (Newton i in. 2011). Każdy z podanych powyżej parametrów opisany był rozkładem z zadanymi granicami (patrz tabela 4). W przypadku profilu masy soczewki oraz profilu jasności powierzchniowej nie poczyniono założenia, że m.in. środki, stosunki półosi i pozostałe parametry tych rozkładów muszą być identyczne, niemniej oczekiwano, że nie będą się one znacznie od siebie różnić (niektóre parametry profilu jasności zostały związane ze swoimi odpowiednikami w rozkładzie masy poprzez rozkłady normalne, patrz również tabela 4).

Procedura w przypadku soczewek grawitacyjnych pochodzących z kata-

Tabela 4. Parametry modeli wraz z limitami. W przypadku rozkładów normalnego i normalnego obciętego podano odpowiednio położenie średniej μ oraz odchylenie standardowe rozkładu σ , zamiast lub obok limitów.

Profil	Parametr	Rozkład	Granice
Profil masy soczewki	x_L, y_L (pix)	jednorodny	[-5; 5]
	θ_E (pix)	jednorodny	[2; 180]
	q_L	jednorodny	[0,2; 1,0]
	θ_L (rad)	jednorodny	[0; 2π]
	γ	jednorodny	[0,0; 0,5]
	θ_γ (rad)	jednorodny	$[-\pi; \pi]$
	(dla profilu potęgowego) m	jednorodny	[0,0; 2,0]
Profil jasności powierzchniowej soczewki	x'_L, y'_L (pix)	normalny	$(\mu = x_L, \sigma = 3), (\mu = y_L, \sigma = 3)$
	R'_L (pix)	jednorodny	[1; 100]
	q'_L	normalny obcięty	[0,0; 1,0], $(\mu = q_L, \sigma = 0,15)$
	θ'_L (rad)	normalny obcięty	[0; 2π], $(\mu = \theta_L, \sigma = 20)$
	n_L	jednorodny	[0,5;8,0]
Profil jasności powierzchniowej źródła	x_S, y_S (pix)	jednorodny	$[x_L - 20; x_L + 20], [y_L - 20; y_L + 20]$
	R_S (pix)	jednorodny	[1; 100]
	q_S	jednorodny	[0,2; 1,0]
	θ_S (rad)	jednorodny	$[-\pi; \pi]$
	n_S	jednorodny	[0,5; 8,0]
Przesunięcia	(x_{gr}, y_{gr}) (pix)	jednorodny	[-3; 3]
	(x_{gi}, y_{gi}) (pix)		
	(x_{gz}, y_{gz}) (pix)		

logu SDSS rozpoczęła się od wycięcia ze zdjęć w kolejnych filtrach obszaru o rozmiarze 60×60 pikseli wokół środka soczewki, co pozwalało na zawarcie w badanym fragmencie tylko soczewki i obrazów oraz najbliższej okolicy układu. Oprócz tego niezbędne było wygenerowanie profilu PSF, który został obliczony analitycznie dla każdego zdjęcia w różnych filtrach. Równie ważne dla modelowania było określenie szumu w każdym pikselu, σ_{noise} , pochodzącego od detektora oraz tła nieba, od którego bezpośrednio zależy wartość funkcji prawdopodobieństwa Pr (patrz równania (61) i (62)). Algorytm otrzymania funkcji PSF oraz szumu opisano w dodatku A.

Rozpoczynając modelowanie, należało podać początkowe wartości parametrów, pochodzące z pobieżnej analizy zdjęcia. Każde kolejne wartości wszystkich dopasowywanych parametrów (zawartych w wektorach $\vec{\zeta}, \vec{\zeta}'$) były losowane (użyto metody MCMC — *Monte Carlo Markov Chains*). Minimalizacja wartości χ^2 w przestrzeni parametrów została osiągnięta za pomocą algorytmu optymalizacji nieliniowej Levenberga–Marquardta (Press i in. 2002).

Po zakończeniu modelowania dla najlepszych parametrów wartości otrzymano również jasności obserwowanej w każdym z filtrów (soczewki i źródła) oraz całkowite wzmocnienie w układzie.

5.2. Analiza niepewności

Dodatkową trudność powyżej opisanego algorytmu stanowiło oszacowanie niepewności poszczególnych parametrów oraz obliczanych na ich podstawie wartości jasności i całkowitego wzmocnienia. W pierwszym podejściu do tego problemu posłużono się metodą *Monte Carlo*. Otrzymane modelowe obrazy soczewkowanych źródeł wraz z modelem jasności powierzchniowej soczewki miały niezależnie zostać wielokrotnie zaszumione. Ponowne modelowanie wielu takich zaburzonych obrazów, a następnie uśrednienie otrzymanych parametrów i obliczanych wartości mogło wskazywać wielkość systematycznego błędu modelowania. Procedurę przeprowadzono następująco: dla każdego piksela na zdjęciu znaleziony wcześniej szum σ_{noise} posłużył do stworzenia rozkładu normalnego o średniej 0,0 i wariancji równej σ_{noise} . Dodając do każdego piksela wartość wylosowaną z odpowiedniego rozkładu, zaburzano modelowy obraz i ponownie optymalizowano parametry zawarte w $\vec{\zeta}$ i $\vec{\zeta}'$. Postąpiono tak ok. 100 razy dla każdego z modelowanych układów (większa liczba zaburzonych modeli nie przynosiła zmiany w wartościach błędów). Opisany algorytm ma jedną podstawową wadę, przy ponownym modelowaniu korzystamy już z wyznaczonych wcześniej parametrów. Optymalizacja następuje w znanym wcze-

śniej minimum χ^2 . Dlatego też wartości niepewności otrzymywane z tego podejścia okazały się być niedoszacowane. Dla przykładu średni błąd względny wyznaczenia promienia Einsteina, θ_E , nie przekraczał 1%, dla profili jasności powierzchniowej rzadko były to wartości powyżej kilku procent. Podobnie było z wartościami obserwowanej jasności, tu prawie nigdy błąd względny nie przekroczył wartości 1%. Mając świadomość jakości danych, z jakich korzystano przy modelowaniu, nie można było uznać tych wartości błędów za prawidłowe. Niedoszacowanie wartości niepewności związane jest m.in. z tym, że opisane powyżej podejście nie uwzględnia błędu związanego z wyborem konkretnych profili dla masy i jasności powierzchniowej.

W pracy Marshall i in. (2007) zostało pokazane oszacowanie niepewności parametrów źródła związanych z wybraniem profilu izotermicznego zamiast potęgowego. Przy założeniu, że obrazy są silnie wzmocnione oraz położone w pobliżu pierścienia Einsteina (a z takimi ma się zwykle do czynienia, rozpatrując silne soczewkowanie grawitacyjne), można wyznaczyć niepewność promienia efektywnego profilu światła w źródle ($\sigma_R/R \approx \sigma$) oraz niepewność jasności źródła ($\sigma_m \approx 2,2\sigma$), gdzie σ to wewnętrzny rozrzut nachylenia profilu. Wartość σ podana przez Koopmans i in. (2006) jest równa 0,12, co daje niepewność promienia efektywnego rzędu 12% długości tego promienia, natomiast niepewność jasności obiektu można szacować na $\sim 0,26$ magnitudo. W badanym przez Marshall i in. (2007) układzie niepewność związana z błędem doboru profilu masy stanowiła aż 70% całej niepewności promienia efektywnego źródła (dla obserwowanej jasności było to 65%).

Jak widać, konieczne było zastosowanie innego podejścia, zwłaszcza, że dla pełnej analizy istotne było znalezienie niepewności wszystkich dopasowanych parametrów, z tego powodu niewystarczające byłoby skorzystanie z oszacowań zaproponowanych przez Marshall i in. (2007). W nowym algorytmie podobnie jak w samym modelowaniu zastosowano metodę MCMC. Szukanie niepewności wyznaczonych parametrów jest tak naprawdę próbą znalezienia odpowiedzi na pytanie: jak dla posiadanych danych i ich szumu różne modele (nie tylko wcześniej założony) będą do nich pasować? Postanowiono zatem do informacji związanych z szumem detektora oraz tła nieba dodać szum wywołany przez wybór poszczególnych profili dla masy i jasności powierzchniowej. W tym celu każdą wartość na mapie szumów w danym filtrze przemnożono przez pewną wartość A (stałą dla danego filtru i modelu):

$$\sigma_{noise}^{new} = A \cdot \sigma_{noise}. \quad (64)$$

W czasie ponownego modelowania, oprócz wszystkich poprzednich parametrów, dopasowywano parametry $\vec{A} = (A_g, A_r, A_i, A_z)$, związane z poszczególnymi filtrami. Rozkład wartości \vec{A} był jednorodny i ograniczony do zakresu $[1; 10]$, choć zwykle wyznaczane wartości parametru A nie przekraczały 2. Zestawienie parametrów \vec{A} wraz z niepewnościami dla wszystkich modelowanych układów znajduje się w dodatku C. Do badania przestrzeni wszystkich parametrów (w tym parametrów \vec{A}) skorzystano z algorytmu `emcee`⁹. Uzyskanie prawidłowych rozwiązań zostało tym samym uzależnione od liczby zaproponowanych łańcuchów oraz liczby kroków w pojedynczym łańcuchu. Jakość znalezionych parametrów badano, jak przy wcześniejszym modelowaniu, funkcją prawdopodobieństwa (tym razem zależną od wartości σ_{noise}^{new}). Jeżeli wartość funkcji nie zmieniała się w kolejnych krokach, oznaczało to, że optymalny model został znaleziony. Po kilkunastu testach wybrano liczbę 200 łańcuchów z 10000 kroków w każdym, choć dla pewnych układów dopuszczano zwiększanie liczby łańcuchów do 400 przy jednoczesnym zmniejszaniu liczby kroków do 5000 — minimalna liczba sugerowanych przez autorów algorytmu łańcuchów powinna być większa od dwukrotności liczby badanych parametrów, w tym przypadku co najmniej ok. 60. Na podstawie wszystkich kroków o tej samej wartości funkcji prawdopodobieństwa określano medianę każdego z dopasowywanych parametrów oraz obszar 68% zgodności. Do analizy brano te kroki, dla których rozrzut pomiędzy wartościami funkcji prawdopodobieństwa dla różnych łańcuchów był większy niż zmiana średniej wartości tej funkcji wraz ze wzrostem liczby kroków. Zwykle ze wszystkich kroków spełniających taki warunek na stałość funkcji prawdopodobieństwa wybierano ostatni 1000 z każdego łańcucha. Dla każdego z kroków było możliwe obliczenie również jasności obserwowanej soczewki i źródła oraz wartości całkowitego wzmocnienia. Podobnie jak dla parametrów znaleziono medianę oraz obszar 68% zgodności. W ten sposób otrzymano dwa zestawy parametrów: znalezione podczas pierwszej optymalizacji (tabele 8 i 9) oraz obliczone na podstawie próbkowania MCMC (tabele 10 i 11). Otrzymane niepewności mogą posłużyć do oceny jakości parametrów pochodzących z procedury optymalizacji. Parametry z próbkowania MCMC zostaną też wykorzystane do badania podstawowych własności obserwowanych soczewek oraz źródeł. Na podstawie parametrów pochodzących z próbkowania MCMC było możliwe również sprawdzenie, jak bardzo

⁹<http://dan.iel.fm/emcee/>

Algorytm ten różni się od klasycznego algorytmu Metropolisa–Hastingsa, wykorzystywanego najczęściej w metodzie MCMC, głównie możliwością powiązania kolejnych kroków w łańcuchach od położenia innych łańcuchów.

rozkłady parametrów odbiegają od rozkładu normalnego, oraz znalezienie korelacji pomiędzy poszczególnymi parametrami. Często wartości parametrów pochodzących z dwóch procedur różnią się od siebie znacznie, nawet na poziomie zgodności ponad 3σ . Wpływa to na możliwość oceny prawidłowości znalezionych parametrów, co może mieć związek z wybranymi do modelowania profilami bądź jakością dostępnych danych.

5.3. Modele wybranych soczewek z katalogu

CASSOWARY

Ze zbioru ponad 100 układów silnych soczewek grawitacyjnych znalezionych w ramach projektu CASSOWARY wybrano 18 układów do przeprowadzenia procedury modelowania (w tym 5 wcześniej opisanych w literaturze). Obiekty te znajdowały się w bazach danych SDSS DR7 i DR8. Najważniejszymi kryteriami wyboru, którymi się kierowano, były: separacja obrazów, znajomość przesunięcia ku czerwieni, pojedyncza soczewka, pole w miarę niezanieczyszczone poprzez inne obiekty (np. gwiazdy w tle i na linii widzenia), położenie poza gromadą galaktyk w celu uniknięcia opisywania wpływu gromady większego niż średnie zewnętrzne ścinanie. Współrzędne oraz przesunięcia ku czerwieni wybranych do analizy obiektów znajdują się w tabeli 5. Przesunięcia ku czerwieni były wyznaczane fotometrycznie bądź spektroskopowo i pochodzą z bazy danych SDSS oraz zespołu CASSOWARY (Stark i in. 2013). Niestety nie dla wszystkich znane były niepewności ich wyznaczenia. W pierwszej części tego podrozdziału (5.3.1) zostały opisane obiekty wcześniej modelowane przez innych autorów (zbadane przy użyciu lepszych instrumentów obserwacyjnych niż w przeglądzie SDSS). Ponowna ich analiza przy użyciu danych SDSS miała na celu pokazanie możliwości skutecznego modelowania zjawisk soczewkowania grawitacyjnego mimo wykorzystania danych słabszej jakości. Przedstawiono wyniki uzyskane przez innych autorów i porównano z modelami otrzymanymi ponownie z danych SDSS (porównanie różnych modelowań można znaleźć w tabeli 6). W dalszej części podrozdziału (5.3.2) zostały zaprezentowane modele wcześniej niebadanych układów.

5.3.1. Modele soczewek z literatury

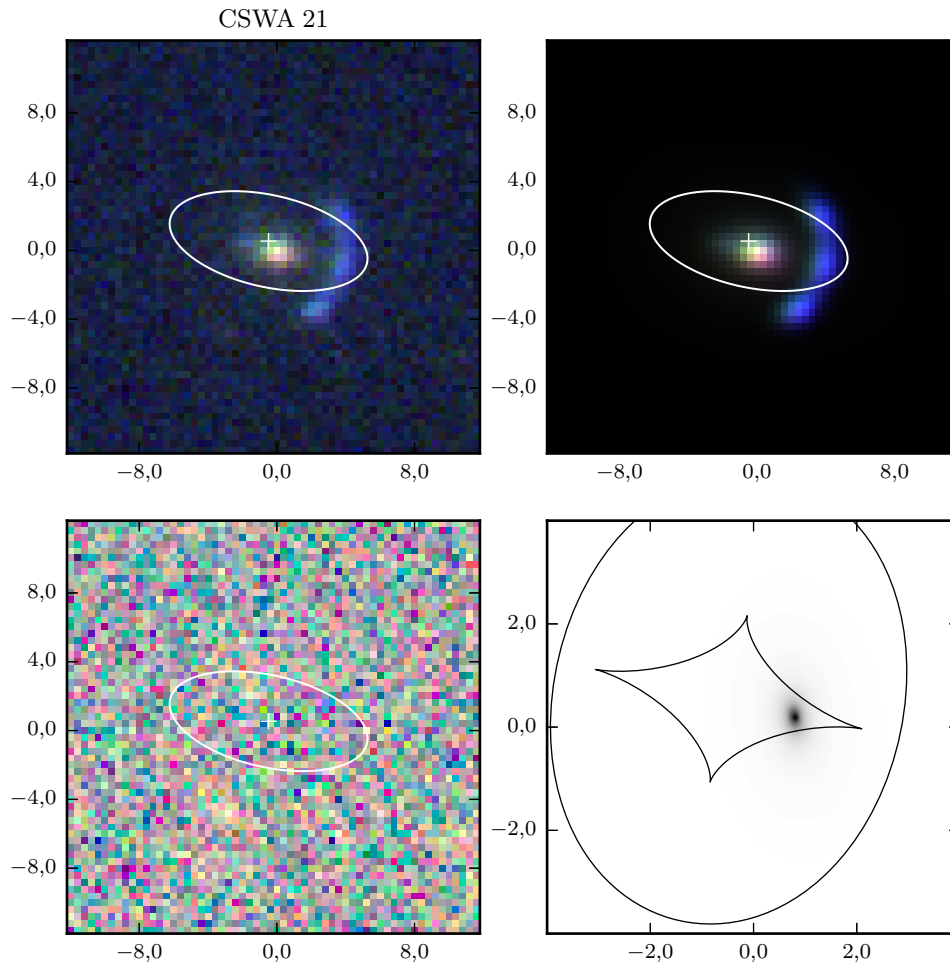
CSWA 21

Układ CSWA 21 występuje w literaturze pod nazwą *8 o'clock arc* (Allam i in. 2007). W środku tego układu znajduje się jasna czerwona galaktyka (LRG

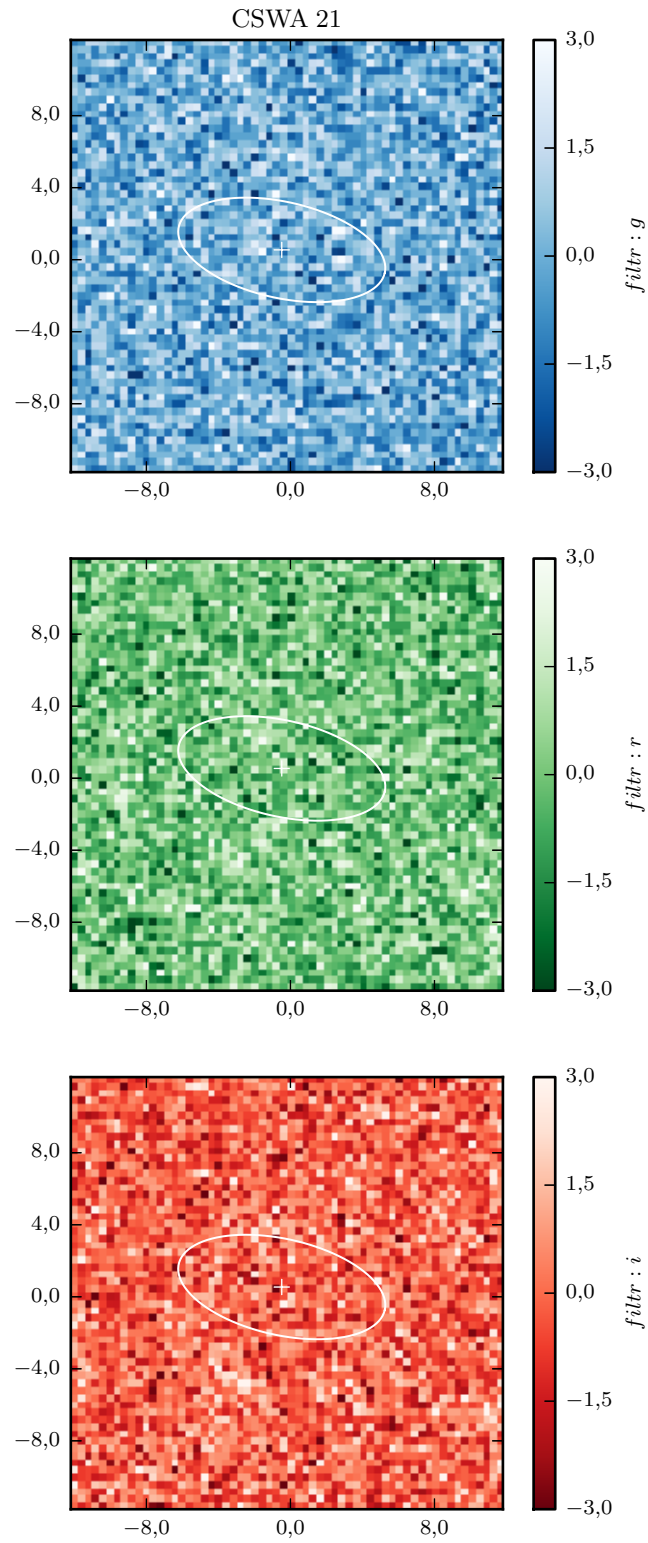
Tabela 5. Soczewki grawitacyjne wybrane z katalogu CASSOWARY. Podano numer układu, współrzędne równikowe, przesunięcie ku czerwieni soczewki oraz źródła (jeżeli było znane). Numery układów <100 oznaczają pochodzenie z danych SDSS DR7, >100 – SDSS DR8.

CSWA id	α [°]	δ [°]	z_L	z_S
CSWA 1	177,1380745	19,50087261	0,444	2,379
CSWA 3	190,1345157	45,15079076	0,274	0,725
CSWA 6	181,50871224	51,70820438	0,433	2,000
CSWA 21	5,67049154	14,51956525	0,380	2,730
CSWA 24	227,82806483	47,22787249	0,452	0,980
CSWA 33	162,34745045	35,74471377	0,300	1,000
CSWA 103	26,26788977	-4,93099739	0,633	1,958
CSWA 105	168,76830824	16,76072129	0,537	1,718
CSWA 116	25,95886849	16,12749833	0,415	1,499
CSWA 137	17,17509841	6,41209305	0,549	1,487
CSWA 150	210,29352171	56,9057294	0,491	–
CSWA 154	225,65263101	29,34831882	0,554	–
CSWA 157	320,85833157	1,88670239	0,563	–
CSWA 161	355,11895889	29,79641554	0,497	–
CSWA 162	356,93370366	5,22351023	0,478	–
CSWA 163	329,68199579	2,95839038	0,285	2,081
CSWA 164	38,20778268	-3,39056271	0,450	2,518
CSWA 165	16,33188373	1,7489944	0,361	2,127

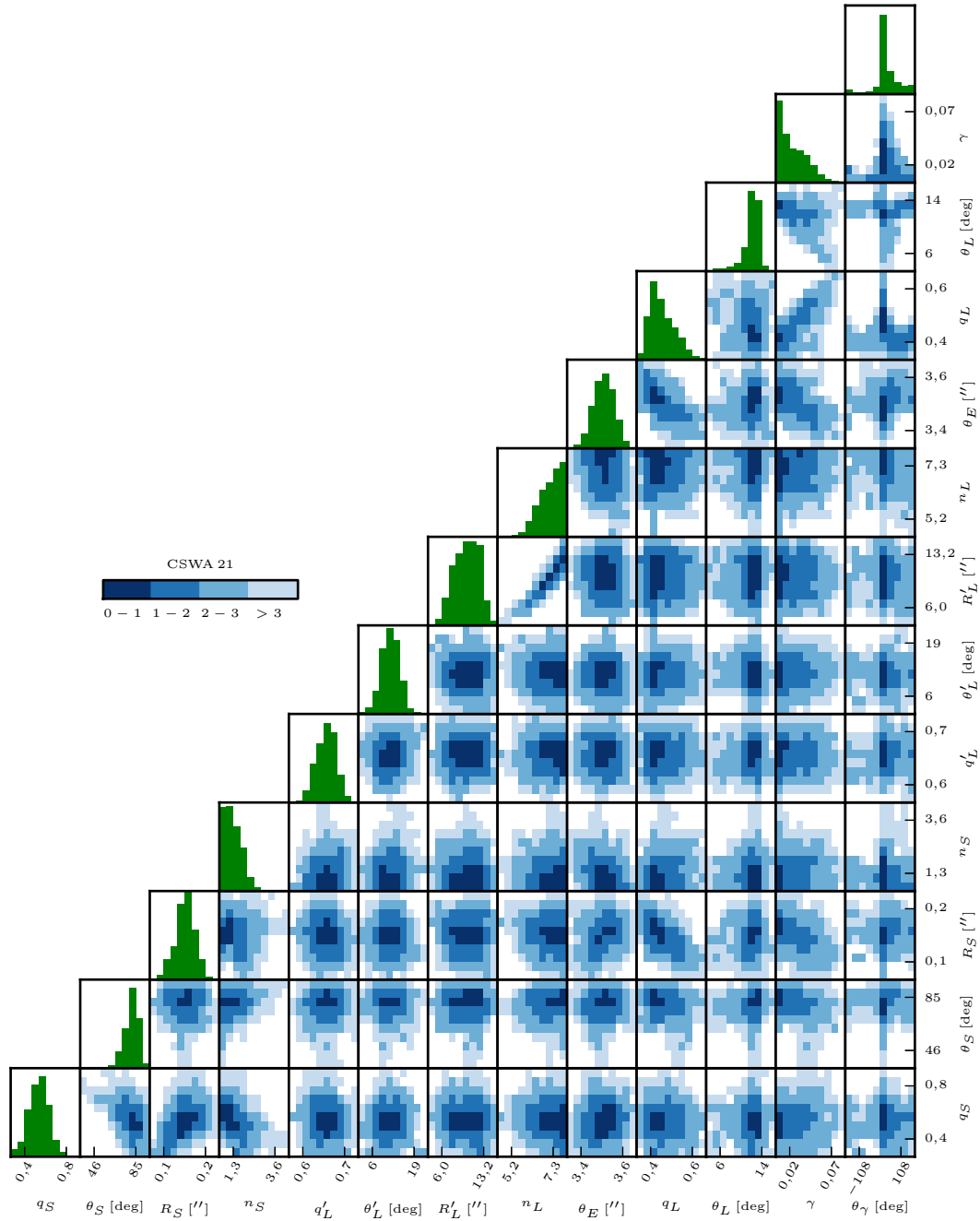
– *Luminous Red Galaxy*) otoczona przez łuk o długości 162° ($9''6$). Układ został znaleziony w danych katalogu SDSS, następnie wykonano dodatkowe obserwacje 3,5-metrowym teleskopem w obserwatorium Apache Point (APO). W widmie galaktyki soczewki zaobserwowano typowe dla galaktyk typu LRG linie absorpcyjne Ca H i K (przesunięcie ku czerwieni $z = 0,38$). Przesunięcie ku czerwieni źródła wyznaczono na podstawie m.in. linii $Ly\alpha$ na $z = 2,73$. Źródło jest najprawdopodobniej galaktyką typu LBG (*Lyman Break Galaxy*), przy tym bardzo jasną, co sugeruje, że zawiera ona obszary formowania się gwiazd o tempie formacji nawet do $160 h^{-1} M_\odot/\text{rok}$. Zaobserwowany łuk składa się z 3 połączonych obrazów, widoczny jest też czwarty obraz położony naprzeciw łuku. Układ został wymodelowany przez Allam i in. (2007) przy użyciu profilu SIE, a otrzymane parametry profilu to: promień Einsteina $\theta_E = 3,32 \pm 0,16$, stosunek pól $q_L = 0,47 \pm 0,06$. Masa soczewki zawarta wewnątrz promienia Einsteina jest równa ok. $1,35 \times 10^{12} M_\odot$. Całkowite wzmocnienie układu oszacowane zostało na 12,3. W modelowaniu tym posłużono się tylko położeniami maksimum powstałych obrazów, nie biorąc pod uwagę rozciągniętego kształtu obrazów, a tym samym źródła.



Rysunek 47. Wyniki modelowania układu CSWA 21. Lewy-górny rys. – złożone z trzech filtrów (g , r , i) zdjęcie z SDSS, prawy-górny rys. – znaleziony najlepiej pasujący model złożony z 3 filtrów, lewy-dolny rys. – kolorowe złożenie residuów z 3 filtrów, prawy-dolny rys. – rozkład profilu światła źródła w płaszczyźnie źródeł. Na pierwszych trzech rysunkach białą linią i krzyżykiem zaznaczono krzywą krytyczną oraz środek układu soczewkującego. Na ostatnim czarną linią narysowana jest kaustyka. Osie wyskalowane są w jednostkach sekund łuku.



Rysunek 48. Układ CSWA 21 – residua w stosunku do szumu dla trzech różnych filtrów (g , r , i) wyrażone w jednostkach σ_{noise} . Osie wyskalowane są w jednostkach sekund łuku.



Rysunek 49. Układ CSWA 21 – histogramy prawdopodobieństwa dla najważniejszych z dopasowywanych parametrów oraz korelacje pomiędzy nimi. Kolejne kolory na dwuwymiarowych histogramach pokazują zakresy pewności σ parametrów dla danego przedziału $(i; j)$: $(0-1\sigma, 1-2\sigma, 2-3\sigma, >3\sigma)$, gdzie $\sigma_{ij} = \sqrt{2 \log(L_{max}/L_{ij})}$, L_{max} – największa liczba zliczeń na danym histogramie, L_{ij} – liczba zliczeń w danym przedziale $(i; j)$. Pokazane przedziały parametrów odzwierciedlają znalezione zakresy parametrów w modelowaniu MCMC dla konkretnego układu (a nie narzucone limity z tabeli 4). Histogramy wyrysowano z użyciem danych pochodzących z 1000 ostatnich kroków w 200 łańcuchach użytych w ponownym próbkowaniu MCMC.

Układ ten wydaje się być najlepszym testem procedury opisanej w podrozdziale 5.1. Trzy jasne obrazy oraz czwarty widoczny nawet w danych słabszej jakości zostały wymodelowane za pomocą prostego profilu SIE. Parametry modelu otrzymane w wyniku procedury optymalizacji dla tego obiektu (oraz dla wszystkich następnych wymodelowanych układów) znajdują się w tabelach 8 oraz 9. W tabelach 10 i 11 można natomiast znaleźć parametry pochodzące z próbkowania MCMC wraz z niepewnościami. Na rysunku 47 umieszczono wyniki modelowania wraz z oryginalnym obrazem z SDSS oraz residuami (złożone z trzech filtrów g , r , i dla parametrów pochodzących optymalizacji, nie użyto filtru z z powodu konieczności dostosowania się do formatu RGB). W płaszczyźnie soczewki zaznaczono również krzywą krytyczną. Pokazany został też rozkład profilu jasności powierzchniowej źródła wraz z kaustyką. Natomiast na rysunku 48 znajdują się mapy z zaznaczonym stosunkiem residuów do szumu (w każdym z trzech filtrów g , r , i oddzielnie). Rozdzielenie residuów na poszczególne filtry pozwala ocenić, czy w danym przypadku, słuszne było podejście zakładające modelowanie we wszystkich filtrach z tymi samymi profilami światła. W przypadku CSWA 21 widać na przykład pewien sygnał w filtrze g (w okolicach $(4,0; -4,0)$ sekund łuku), który może świadczyć o niedostatecznie prawidłowym wymodelowaniu źródła. Brak dużej liczby pikseli z sygnałem powyżej wartości 3σ lub poniżej -3σ wskazuje na dopasowanie prawidłowego modelu soczewki. Na rysunku 49 zamieszczono rozkłady parametrów otrzymanych w próbkowaniu MCMC oraz korelacje pomiędzy poszczególnymi parametrami. Do zaznaczenia korelacji użyto skali wykorzystanej w pracy Skowron i in. (2011), gdzie wielkość korelacji zdefiniowano w jednostkach σ_{ij} : $\sigma_{ij} = \sqrt{2 \log(L_{max}/L_{ij})}$, L_{max} – największa liczba zliczeń na danym histogramie, L_{ij} – liczba zliczeń w danym przedziale $(i; j)$ histogramu. Ilustracje modeli, residuów oraz korelacji parametrów dla wszystkich pozostałych układów znajdują się w dodatku B.

Możliwe stało się tutaj porównanie dwóch podstawowych parametrów profilu soczewki: promienia Einsteina oraz stosunku pól ($\theta_E = 3,52 \pm 0,06$, $q_L = 0,48^{+0,07}_{-0,04}$). W wyniku pierwszej optymalizacji otrzymano podobne wartości parametrów. Jak widać, te podstawowe parametry nieznacznie się różnią od znalezionych wcześniej przez innych autorów. W przypadku promienia Einsteina nowe wartości znajdują się w zakresie 2σ od wcześniej oszacowanych, natomiast stosunek pól został znaleziony na poziomie zgodności 1σ . Cały czas trzeba podkreślać, że posiadane dane nie będą umożliwiały dokonania analizy na tym samym poziomie, jak dane zbierane na lepszych instrumen-

tach. Niemniej wyniki na poziomie zgodności $1-2\sigma$ w tym przypadku są bardzo satysfakcjonujące. Dodatkowym testem, który można przeprowadzić w przypadku tego układu, jest porównanie wartości wzmocnienia obrazów. Wzmocnienie nie jest parametrem bezpośrednio dopasowywanym podczas procedury optymalizacyjnej. Powstaje na podstawie otrzymanych parametrów już po modelowaniu. Niewielka zmiana wartości jednego z licznych parametrów może mieć wpływ na wartość wzmocnienia (np. poprzez zmianę obszaru występowania wysokich wzmocnień). W przypadku CSWA 21 wyznaczone wzmocnienie w zależności od filtra jest pomiędzy wartościami 12,44 i 12,55 z niepewnością nie większą niż 15%. Patrząc pod kątem liczby parametrów dopasowanych w celu otrzymania wartości wzmocnienia, otrzymane wyniki są w bardzo dużej zgodności 1σ z wcześniej wyznaczonymi. Pozostałe dopasowane parametry nie budzą również większych zastrzeżeń, choć można zauważyć pewną niezgodność pomiędzy parametrami z optymalizacji a tymi z próbkowania MCMC. W drugiej procedurze otrzymano większą wartość ścinania (choć z dużym rozrzutem) czy też inne wartości promienia efektywnego profilu światła soczewki i źródła. Niepokojące mogą się wydawać rozkłady parametrów n_L i n_S , bardzo niesymetryczne, wskazujące na duże problemy z dopasowaniem profilu jasności powierzchniowej (patrz rys. 49), co może skutkować rozbieżnościami w dopasowaniu promieni efektywnych. W obu przypadkach rozkłady dążą do krańcowych wartości parametru, przyjmowanych w modelowaniu (w przypadku źródła $n_S \rightarrow 0$, dla soczewki $n_L \rightarrow 8$). Z jednego z wykresów na rys. 49 można dodatkowo wywnioskować silną korelację pomiędzy promieniem efektywnym i indeksem Sérsica dla soczewki. Większość pozostałych parametrów nie wykazuje pomiędzy sobą tak zdecydowanych korelacji.

CSWA 1

Pierwszy układ w katalogu CASSOWARY – CSWA 1 – składa się z prawie kompletnego pierścienia Einsteina (ok. 300°) o średnicy $10''$ (Belokurov i in. 2007). Został on znaleziony wśród danych katalogu SDSS, następnie dodatkowe obserwacje wykonano z wykorzystaniem 2,5-metrowego teleskopu Isaac Newton (INT) na La Palmie oraz spektroskopu na 6-metrowym teleskopie BTA (Bolshoi Teleskop Alt-azimutalny) w Rosji. Łuk składa się z 4 maksimumów (w tym jedno z nich może być uważane za połączenie dwu obrazów). Soczewka położona na przesunięciu ku czerwieni ok. 0,444 to jasna galaktyka typu LRG, jednocześnie bardzo masywna. Źródło natomiast jest galaktyką z obszarami formowania gwiazd położoną na $z = 2,379$ (przesunięcie ku czerwieni

zostało obliczone na podstawie linii emisyjnych $Ly\alpha$ oraz linii absorpcyjnych). Z widma można również wywnioskować, że jest to galaktyka typu BX, czyli galaktyka z obszarami formowania się gwiazd położona na $z > 2$. Układ leży w gromadzie galaktyk, ale wkład samej gromady do soczewkowania jest niewielki. Gdyby było inaczej, pierścień nie byłby tak prawie idealnym okręgiem. Pierwszy model SIE powstał na podstawie zmierzonej z linii absorpcyjnych Ca H i K dyspersji prędkości ($430 \pm 50 \text{ km s}^{-1}$). Soczewka została wymodelowana jako izotermiczna elipsoida (Belokurov i in. 2007). Otrzymano oszacowanie na masę soczewki $5,4 \times 10^{12} M_{\odot}$ oraz wzmocnienie rzędu 25-35. Model doskonale odtworzył położenia obrazów, ale nie wyznaczył prawidłowo wzmocnień dla poszczególnych z nich. Układ został rozpatrzony ponownie w pracy Dye i in. (2008). Tym razem oprócz profilu SIE wykorzystano także modele potęgowe oraz profil NFW. We wszystkich trzech modelach rozpatrzono przypadki z oraz bez zewnętrznego ścinania. Stwierdzono, że najbardziej prawdopodobny jest model potęgowy z indeksem $m = 0,96 \pm 0,02$ bez zewnętrznego ścinania ($\theta_E = 4,60 \pm 0,06$, $q_L = 0,78 \pm 0,03$). Dwa modele, które mogą służyć porównaniu z modelami wykonanymi ponownie w tej pracy, to profil SIE oraz profil potęgowy, oba z zewnętrznym ścinaniem. Parametry otrzymane w pracy Dye i in. (2008) zostały umieszczone w tabeli 6. Zdjęcia w lepszej rozdzielczości z teleskopu INT sugerują, że jest to bardziej skomplikowany układ, złożony z przynajmniej sześciu maksimów położonych w jednym pierścieniu, co może sugerować niejednorodną strukturę źródła. W filtrze g i i autorzy dopasowali profil światła soczewki jako dwa różne profile Sérsica o indeksach $4,7 \pm 0,12$ i $5,4 \pm 0,04$, promieniach efektywnych $6,1 \pm 0,6$ i $3,9 \pm 0,1$ oraz stosunkach pól $0,83 \pm 0,03$ i $0,88 \pm 0,01$.

Jak zostało opisane powyżej, nie jest to prosty układ do wymodelowania. Najprawdopodobniej zestaw parametrów, który tutaj został dopasowany, nie jest wystarczający, głównie ze względu na złożoność struktury samego źródła. Jednocześnie nawet pobieżne spojrzenie na dane z przeglądu SDSS wskazuje jednoznacznie, że nie ma możliwości znalezienia bezpośrednio dodatkowych struktur w tym układzie za pomocą zaproponowanego algorytmu (głównie ze względu na niską rozdzielczość danych). Niemniej układ ten został wymodelowany wcześniej dla szeregu profili i stanowi świetny materiał do badania możliwości dopasowywania różnych ich typów. W tym konkretnym przypadku postanowiono oprócz profilu SIE spróbować dopasować profil potęgowy i sprawdzić jakość dopasowania. W przypadku pierwszego z tych profili uzyskano wysoką zgodność pomiędzy promieniami Einsteina oraz stosunkiem

półosi na poziomie $1-2\sigma$ (patrz tabele 8 i 9). Promień Einsteina obliczono na $\theta_E = 5.''08 \pm 0.''02$, natomiast $q_L = 0,89^{+0,03}_{-0,04}$. Profil światła soczewki wykazuje dużą zgodność z wynikami innych autorów, wpływ na pewien rozrzut może mieć tutaj dopasowywanie we wszystkich filtrach profilu Sérsica o tych samych parametrach. Niesatysfakcjonująca może wydawać się otrzymana wartość wzmocnienia, kilka procent za mała. Najprawdopodobniej nie jest możliwe oddanie skomplikowanej struktury źródła za pomocą kilku-parametrowego eliptycznego profilu typu Sérsica. Wyznaczone wzmocnienie to suma wzmocnień wymodelowanych maksimów, będących jedynie częścią zbioru obrazów składających się na ten układ, a co za tym idzie zaniżona wartość wzmocnienia nie jest niczym zaskakującym.

Modelowanie profilu potęgowego w przypadku opisanego algorytmu sprowadza się do uwolnienia parametru m z wartości $m \equiv 1$ do przedziału $[0,0; 2,0]$. Niestety próby dopasowania profilu nie powiodły się, otrzymano kilka różnych modeli z kilkoma wartościami parametru m na podobnym poziomie ufności. Odtworzono również model o wartości parametru m zbliżonej do wcześniej wyznaczonej przez Dye i in. (2008), ale wartość χ^2 nie wyróżniała tego modelu spośród innych. Modeli tych nie przytoczono w tej pracy ze względu na brak możliwości wybrania zestawu parametrów godnego zaufania. Na ten wynik, a właściwie jego brak, prawdopodobnie wpływa jakość danych oraz większe skomplikowanie składników układu niż założone modele. Niestety sugeruje to brak możliwości rzetelnej oceny jakości dopasowań profilu typu potęgowego, z tego powodu zrezygnowano tutaj z prób dopasowywania tego profilu i skupiono się na modelowaniu profilu SIE (w przypadku tego układu, jak i wszystkich pozostałych).

CSWA 3

Układ CSWA 3 (Belokurov i in. 2009) znajduje się w gromadzie galaktyk NSCS J12034+450923. Eliptyczna galaktyka wczesnego typu położona na $z = 0,274$ stanowi główny przyczynek do obserwowanego efektu soczewkowania. Ścinanie pochodzące od gromady uznano za nieznaczące w tym przypadku. Dzięki dodatkowym obserwacjom spektroskopowym na 6-metrowym teleskopie BTA stwierdzono, że źródło to galaktyka z obszarami formowania się gwiazd oraz oszacowano przesunięcie ku czerwieni $z = 0,725$ (na podstawie linii emisyjnej O II). Łuk o promieniu $4''$ składa się z trzech jasnych maksimów, których położenie sugeruje istnienie czwartego obrazu na przeciwko obserwowanych. W celu sprawdzenia tej hipotezy zbudowano model opierający

się na położeniach obrazów, który przewidywał istnienie czwartego wzmocnionego obrazu (ale 3 razy mniej wzmocnionego niż najbardziej z zaobserwowanych wzmocnionych) oraz piątego osłabionego obrazu położonego w środku układu. Czwarty obraz powinien być więc widoczny przy obserwacjach teleskopem o większej głębokości. Promień Einsteina oszacowano na $\theta_E = 3,8''$, co daje masę soczewki zawartą wewnątrz tego promienia ok. $2,5 \times 10^{12} M_\odot$. Promień efektywny światła soczewki to $R'_L = 2,5''$. Autorzy nie podali niepewności wyznaczenia powyższych parametrów. Całkowite wzmocnienie oszacowano na 18 ± 3 .

Patrząc na wyniki w tabelach 8 i 9, wydaje się, że ten układ został wystarczająco dobrze wymodelowany, otrzymano tutaj bardzo zbliżoną wartość promienia Einsteina ($\theta_E = 3,51^{+0,11}_{-0,14}''$, w granicy 3σ od poprzedniego wyniku). Niepokojąco wygląda natomiast wyznaczenie stosunku pól $q_L = 0,44 \pm 0,03$, zwłaszcza przy porównaniu z modelem pochodzącym z optymalizacji. Możliwe jest, że brak widocznego czwartego przeciwległego obrazu uniemożliwia znalezienie lepszego modelu. Niestety w wyniku próbkowania MCMC otrzymano niedużą wartość wzmocnienia, co zapewne jest związane z niedostatecznym dobrym wyznaczeniem parametrów profilu światła soczewki i źródła. Na tym tle parametry pochodzące z procedury optymalizacyjnej wyglądają zdecydowanie lepiej (wzmocnienie ~ 20). W dodatku, jeżeli porówna się wartość promienia efektywnego (optymalizacja: $R'_L = 4,75''$, próbkowanie MCMC: $R'_L = 8,33^{+1,69}_{-1,42}''$), bliższy wcześniejszym oszacowaniom innych autorów jest wynik z procedury optymalizacji.

CSWA 6

Układ CSWA 6 (nazywany w literaturze *Clone*) składa się z galaktyki typu LRG położonej na $z = 0,422$ oraz łuku powstałego z połączenia trzech obrazów (Lin i in. 2009). Dzięki dodatkowym obserwacjom z 8-metrowego teleskopu Subaru na Mauna Kea oraz 3,5-metrowego APO uwidoczniał się czwarty obraz położony naprzeciw łuku. Obserwacje lepszej jakości pokazały także, że soczewka to tak naprawdę galaktyka typu LRG z dwoma mniejszymi towarzyszami. Źródłem jest tutaj bardzo jasna galaktyka położona na $z = 2,00$ (oszacowane na podstawie kilku linii absorpcyjnych) z obszarami formowania gwiazd o tempie formacji $32 h^{-1} M_\odot/\text{rok}$. Początkowo układ został wymodelowany przy użyciu profilu SIE (bez zewnętrznego ścinania). W wyniku tego dopasowania otrzymano promień Einsteina $\theta_E = 3,82 \pm 0,03''$, stosunek pól $q_L = 0,751 \pm 0,018$ oraz wzmocnienie 27 ± 1 . Masa soczewki zawarta wewnątrz

promienia Einsteina jest równa ok. $(2,10 \pm 0,03) \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$. Próbowano też użyć innych modeli, w tym zawierających zewnętrzne ścinanie, ale żadne dopasowanie nie okazało się dokładniejsze od pierwszego zaprezentowanego powyżej (ewentualne ścinanie oszacowano na ok. 0,006). Wymodelowano centralną galaktykę przy użyciu profilu Sérsica, otrzymane parametry to: $n_L = 4,68 \pm 0,22$, $R'_L = 3,67 \pm 0,34$, $q'_L = 0,89 \pm 0,01$.

W tutejszym modelowaniu oryginalnych danych SDSS otrzymano promień Einsteina o podobnej wartości, co wcześniej ($\theta_E = 3,86^{+0,06}_{-0,04}$, wartość mieści się w przedziale 2σ). Wydaje się, że nowy model jest trochę zbyt eliptyczny ($q_L = 0,68^{+0,12}_{-0,14}$). Warto zwrócić uwagę na histogram prawdopodobieństwa znalezionych q_L w modelowaniu MCMC (patrz dodatek B), który pokazuje możliwość istnienia dwóch różnych wartości stosunku półosi w modelu masy soczewki ze zbliżonym prawdopodobieństwem. Parametry profilu jasności soczewki mieszczą się w zakresie 3σ . Należy pamiętać, że nie było tu możliwości dopasowania parametrów galaktyk – sąsiadów. Jeden profil objął wszystkie obiekty, zatem nie może dziwić większa wartość promienia efektywnego czy też mniejszy, z racji wzajemnego położenia galaktyk, stosunek półosi. Najmniej zaufania wzbudza wartość wzmocnienia, zaniżona w nowym modelu, co wynika pewnie z nie dość dobrego wyznaczenia eliptyczności. Obszary wzmocnienia o dużej wartości mogły przez to ulec przesunięciu. Trudność w modelowaniu tego układu polega na tym, że na soczewkę składają się trzy oddzielne galaktyki, które są nierozdzielalne w danych SDSS. Vegetti i in. (2010) pokazali, że w układzie znajduje się też czwarta soczewka położona w pobliżu łuku. W takim wypadku znaleziony model jest prawdopodobnie najlepszym z możliwych przy tej liczbie parametrów. Warto zauważyć, że w tym modelu procedury optymalizacji oraz próbkowania MCMC dały zgodne wyniki, co jednoznacznie sugeruje brak możliwości wyznaczenia przy tak zadanej liczbie parametrów lepszego modelu z tych danych.

CSWA 24 (SDSSJ1511+4713)

Układ ten składa się z soczewki będącej galaktyką typu LRG, położonej na $z = 0,4517 \pm 0,0003$ (zmierzone spektroskopowo przez SDSS) oraz rozciągniętego niebieskiego łuku (Kubo i in. 2009). Z dodatkowych obserwacji spektroskopowych przeprowadzonych na teleskopie APO, biorąc pod uwagę linię OII, obliczono, że soczewkowane źródło znajduje się na $z = 0,985$. Łuk składa się z 3 jasnych punktów, całkowita długość łuku to $10,1''$. Promień Einsteina oszacowano na $\theta_E = 5,4 \pm 0,3''$, co daje masę soczewki zawartą w tym promieniu

równą $6,3 \times 10^{12} M_{\odot}$.

W przypadku tego układu możliwe było porównanie tylko wartości promienia Einsteina, którego to wartość w nowym modelu wykazuje zgodność na poziomie 1σ ($\theta_E = 5,39^{+0,31}_{-0,30}$). Zastrzeżenia mogą budzić natomiast inne parametry, takie jak duża eliptyczność modelu masy soczewki czy zawyżony promień efektywny światła źródła. Spowodowało to otrzymanie w procedurze próbkowania MCMC wartości wzmocnienia mniejszej niż 3, bardziej godne zaufania są zatem wyniki pochodzące z optymalizacji. Źródło w tym przypadku jest bardzo słabe, co za pewne wpłynęło na jakość swobodnego modelowania MCMC.

Podsumowanie modelowania znanych soczewek

Modele wykonane z użyciem danych SDSS wykazują znaczną zgodność z wcześniej otrzymywanymi przez innych autorów korzystających ze zdjęć w dużo lepszej rozdzielczości. Widać, że prezentowany w podrozdziale 5.1 algorytm oraz jego implementacja sprawdza się nawet przy tak trudnych danych w małej rozdzielczości. Nie zauważono dużych problemów z odwzorowaniem profilu masy soczewki, większość dopasowanych promieni Einsteina oraz eliptyczności ma wartości zbliżone do prezentowanych przez innych autorów. W tabeli 6 zostały zebrane parametry znalezione przez innych autorów i porównane z wyznaczonymi teraz. Te wyniki skłoniły do wykorzystania zaprezentowanego algorytmu do kolejnych układów z katalogu CASSOWARY. Niestety nie było możliwości porównania profili jasności powierzchniowych źródeł, gdyż większość cytowanych autorów nie podjęła się zadania ich modelowania. W przypadku dwóch układów możliwe było porównanie profili światła soczewek, ich zgodność uznano za zadowalającą. Dodatkowym argumentem przemawiającym za dalszym korzystaniem z podanego algorytmu jest oczekiwany fakt, iż dla modeli w kolejnych filtrach (g , r , i , z) wartość całkowitego wzmocnienia nie zmienia się w granicach niepewności.

Tabela 6. Wartości parametrów dopasowanych dla modelu izotermicznego z zewnętrznym ścinaniem przez innych autorów i tutaj. W przypadku układu CSWA 1 podano także parametry modelu potęgowego (PL).

CSWA id	θ_E ["]	q_L	m	referencja	θ_E ["]	q_L
CSWA 1	$5,16 \pm 0,06$	$0,81 \pm 0,02$	-	Dye i in. (2008)	$5,08 \pm 0,02$	$0,89^{+0,03}_{-0,04}$
CSWA 1 (PL)	$4,74 \pm 0,06$	$0,83 \pm 0,03$	$0,95 \pm 0,02$			
CSWA 3	3,8		-	Belokurov i in. (2009)	$3,51^{+0,11}_{-0,14}$	$0,44 \pm 0,03$
CSWA 6	$3,82 \pm 0,03$	$0,751 \pm 0,018$	-	Lin i in. (2009)	$3,86^{+0,06}_{-0,04}$	$0,68^{+0,12}_{-0,14}$
CSWA 21	$3,32 \pm 0,16$	$0,47 \pm 0,06$	-	Allam i in. (2007)	$3,52 \pm 0,06$	$0,48^{+0,07}_{-0,04}$
CSWA 24	$5,4 \pm 0,3$		-	Kubo i in. (2009)	$5,39^{+0,31}_{-0,30}$	$0,31^{+0,06}_{-0,05}$

5.3.2. Nowe soczewki

CSWA 33

Układ składa się z jasnej czerwonej galaktyki położonej na $z = 0,300$ (przesunięcie ku czerwieni wyznaczono z widma) i źródła na $z = 1,000$, również o czerwonej barwie. Soczewkowanym źródłem jest najprawdopodobniej również czerwona galaktyka wczesnego typu, której obraz widoczny jest jako jasny łuk. Promień Einsteina oszacowano na $\theta_E = 3,65^{+0,36}_{-0,44}$, profil masy soczewki jest bardzo spłaszczony ($q_L = 0,28^{+0,06}_{-0,05}$, zwłaszcza gdy porówna się go ze spłaszczeniem światła soczewki). Na zdjęciach z SDSS obie galaktyki są czerwone, co dało swoje odzwierciedlenie w wartościach indeksów Sérsica, albowiem dla czerwonych galaktyk wczesnych typów przyjmuje się zwykle wartość większą od 2,5. Widać pewne rozbieżności pomiędzy parametrami pochodzącymi z optymalizacji i parametrami otrzymanymi w próbkowaniu MCMC (np. indeks Sérsica dla źródła czy promienie efektywne).

CSWA 103

Jasny błękitny łuk widoczny jest w tle niedużej czerwonej galaktyk położonej na $z = 0,633$ (wyznaczono spektroskopowo). Przesunięcie ku czerwieni źródła zmierzono również spektroskopowo ($z = 1,958$). Model SIE zakłada istnienie soczewki o promieniu Einsteina $\theta_E = 1,87^{+0,14}_{-0,12}$ i eliptyczności $q_L = 0,61^{+0,20}_{-0,18}$. Można zwrócić uwagę na dużą wartość zewnętrznego ścinania ($\gamma = 0,214^{+0,063}_{-0,081}$), w przypadku modelu pochodzącego z optymalizacji otrzymano brak tego efektu ($\gamma \sim 0$). Związane jest to za pewne ze zmianą eliptyczności, dwa parametry – zewnętrzne ścinanie i stosunek pólasi profilu masy soczewki – są często ze sobą powiązane.

CSWA 105

Niebieski duży łuk i czerwona galaktyka soczewka na $z = 0,537$ (pomiar spektroskopowy). Źródło znajduje się na $z = 1,718$ (pomiar spektroskopowy). Zgodnie z tym, co można było przewidywać ze zdjęcia, obserwując dużą separację obrazów, w wyniku modelowania otrzymano duży promień Einsteina $\theta_E = 5,60^{+0,50}_{-0,56}$. W modelu otrzymano niedużą wartość wzmocnienia (~ 2), która jest związana ze źle dobraną eliptycznością lub parametrami profili jasności powierzchniowej. Parametry z procedury optymalizacji wykazują większą zgodność z przewidywaniami ($\mu \sim 10$).

CSWA 116

Układ składający się z prawie całego pierścienia Einsteina z soczewką położoną na $z = 0,415$ (pomiar spektroskopowy). Źródło znajduje się na $z = 1,499$ (pomiar spektroskopowy). Promień Einsteina oszacowano na $\theta_E = 2,62 \pm 0,03$, a eliptyczność soczewki $q_L = 0,87 \pm 0,08$. Właściwie większość parametrów nie budzi zastrzeżeń.

CSWA 137

Dwa jasne niebieskie punkty umieszczone w pobliżu czerwonej galaktyki sugerują, że może to być układ z soczewkowaniem grawitacyjnym. Pomiar fotometryczny przesunięcia ku czerwieni dał wartość $z = 0,55 \pm 0,03$. Źródło położone jest na $z = 1,49$ (pomiar spektroskopowy). Podstawowe parametry układu oszacowano na $\theta_E = 1,86^{+0,40}_{-0,34}$, $q_L = 0,39^{+0,35}_{-0,14}$. Należy zwrócić uwagę na bardzo dużą niepewność dopasowania eliptyczności, a także jej wartość w modelu pochodzącym z optymalizacji (rozkład zbliżony do sferycznie-symetrycznego). Prawdopodobnie złe dobranie tego parametru spowodowało zmianę wartości parametrów źródła oraz wzmocnienia. Potwierdzenie tego można znaleźć na histogramach korelacji (patrz Dodatek B), gdzie widać, że dla wielu parametrów przestrzeń dopasowywanych wartości jest wypełniana równomiernie i nie ma jednego wyraźnego maksimum.

CSWA 150

Układ CSWA 150 składa się z dwóch jasnych niebieskich obrazów i czerwonej galaktyki w roli soczewki, podobnie jak układ CSWA 137. Pomiar spektroskopowy przesunięcia ku czerwieni dał wartość $z = 0,4935 \pm 0,0002$, niestety nie jest znane przesunięcie ku czerwieni źródła. Główne parametry modelu SIE oszacowano na $\theta_E = 3,61^{+0,35}_{-0,46}$ i $q_L = 0,21^{+0,02}_{-0,01}$. Jest to jeden z kilku modeli, które wyraźnie wykazują dużą rozbieżność rozkładów masy i światła soczewki ($q'_L = 0,93^{+0,04}_{-0,05}$). Niedokładnie może być też dopasowany promień efektywny soczewki i powiązany z nim indeks Sérsica.

CSWA 154

Niebieski łuk zaobserwowano tutaj w pobliżu czerwonej galaktyki położonej na przesunięciu ku czerwieni $z = 0,55149 \pm 0,00018$ (pomiar spektroskopowy). Przesunięcie ku czerwieni źródła nie jest jeszcze wyznaczone. Układ charakteryzuje się jednym z mniejszych promieniem Einsteina wśród omawianych tutaj układów ($\theta_E = 2,11^{+0,29}_{-0,50}$). Duży rozmiar światła soczewki w modelu z prób-

kowania MCMC spowodował zmniejszenie wartości wzmocnienia (pierwotnie wyznaczonego na ~ 4).

CSWA 157

Położona na przesunięciu ku czerwieni $z = 0,56 \pm 0,04$ (pomiar fotometryczny) galaktyka wchodzi w skład kolejnego układu, tym razem z widocznymi trzema „punktowymi” obrazami. Czwarty obraz najprawdopodobniej znajduje się po przeciwnej stronie, jest jednak za słaby, by dostrzec go w danych z przeglądu SDSS. Nie wyznaczono jeszcze przesunięcia ku czerwieni źródła. Układ charakteryzuje się bardzo dużą eliptycznością ($q_L = 0,23^{+0,04}_{-0,02}$). Promień Einsteina obliczono na $\theta_E = 3,41^{+0,36}_{-0,54}$.

CSWA 162

Układ ten składa się z widocznego łuku umieszczonego wokół galaktyki położonej na $z = 0,48 \pm 0,02$ (pomiar fotometryczny). Nie jest znane przesunięcie ku czerwieni źródła. Podstawowe parametry modelu zostały oszacowane na $\theta_E = 2,35^{+0,10}_{-0,08}$ i $q_L = 0,66^{+0,19}_{-0,21}$.

CSWA 163

Widoczne trzy symetrycznie położone obrazy układają się w niebieski łuk, czwarty obraz jest zbyt słaby i niewidoczny w danych SDSS. Galaktyka – soczewka położona jest na $z = 0,285$ (pomiar spektroskopowy). Źródło znajduje się na $z = 2,081$, co otrzymano również z pomiaru spektroskopowego. W wyniku modelowania otrzymano promień Einsteina $\theta_E = 3,36^{+0,04}_{-0,05}$ oraz małą eliptyczność soczewki ($q_L = 0,88 \pm 0,08$).

CSWA 164

Jest to bardzo symetryczny układ przypominający prawie pełen pierścień Einsteina z soczewką położoną na $z = 0,450$ (pomiar spektroskopowy). Źródło znajduje się na $z = 2,518$ (pomiar spektroskopowy). Otrzymano z modelowania promień Einsteina o wartości $\theta_E = 3,91^{+0,06}_{-0,16}$. Przy widocznej symetrii układu może dziwić duża eliptyczność ($q_L = 0,39^{+0,25}_{-0,04}$), która jest jednak rekompensowana dużym zewnętrznym ścinaniem ($\gamma = 0,174^{+0,021}_{-0,067}$). Możliwe jest, że wpływ zewnętrznego ścinania został tutaj przeszacowany i prawdziwy rozkład masy powinien być bliższy sferycznemu. W tym układzie wyraźnie rozkład masy w soczewce nie związał się z rozkładem światła w galaktyce ($q'_L = 0,87 \pm 0,03$). Wśród histogramów korelacji widać silnie zależności po-

między różnymi parametrami profilu masy soczewki: eliptycznością i orientacją soczewki oraz wartością i orientacją zewnętrznego ścinania. Należy też zwrócić uwagę na dwumodalność histogramów prawdopodobieństwa występowania różnych wartości tych parametrów, co wyraźnie wskazuje na zbytne uproszczenie modelu soczewki.

CSWA 165

Kolejny błękitny łuk położony wokół jasnej galaktyki, tym razem na przesunięciu ku czerwieni $z = 0,361$. Odległość do źródła została wyznaczona z pomiaru spektroskopowego ($z = 2,127$). Podstawowe parametry modelu zostały oszacowane na $\theta_E = 3,93^{+0,28}_{-0,23}$ i $q_L = 0,26^{+0,05}_{-0,04}$. Jest to kolejny układ, w który może niepokoić różnica pomiędzy rozkładem światła a masy ($q'_L = 0,74 \pm 0,02$). Podobnie jak w modelu poprzednim duża wartość zewnętrznego ścinania może mieć odbicie w wartości eliptyczności. Zanotowano też zaniżoną wartość wzmocnienia.

CSWA 161

Wszystkie wcześniej przedstawione układy zostały wymodelowane przy użyciu modelu SIE z dodatkiem zewnętrznego ścinania. Za każdym razem zakładano istnienie pojedynczej soczewki grawitacyjnej, którą można było przybliżyć wyżej wymienionym profilem. Układ CSWA 161 składa się z jasnej niezbyt eliptycznej galaktyki w środku i 4 niebieskich obrazów widocznych na planie krzyża. Przesunięcie ku czerwieni źródła nie jest wyznaczone, natomiast fotometryczny pomiar dla soczewki dał wynik $z = 0,50 \pm 0,03$. Pierwszym standardowym krokiem w przypadku tego układu było, podobnie jak we wszystkich pozostałych układach, wymodelowanie profilu SIE. Model ten wykazał bardzo dużą eliptycznością (patrz tabela 7 – Model 1), która nie byłaby uzasadniona np. poprzez widoczny kształt światła galaktyki. Nie obdarzając tego modelu zbyt wielkim zaufaniem, przystąpiono do poprawiania go. Otrzymano nowy model (Model 2), m.in. poprzez zmianę kierunku wielkiej półosi profilu masy soczewki (próba obrócenia orientacji soczewki o kąt $\pi/2$). W tym dopasowaniu w modelu pojawiła się bardzo duża wartość zewnętrznego ścinania w kierunku równoległym do poprzedniej wielkiej półosi soczewki z Modelu 1. Szersze spojrzenie na badany układ zasugerowało wzięcie pod uwagę galaktyki znajdującej się w promieniu $10''$ od środka układu, którą uznano za potencjalną drugą soczewkującą masę w tym układzie (współrzędne $\alpha = 355,11728$, $\delta = 29,79863$). Zaklasyfikowany jako galaktyka w bazie SDSS obiekt położony jest na przesunięciu

Tabela 7. Parametry kolejnych modeli układu CSWA 161.

Parametr	Model 1	Model 2	Model 3 L1	Model 3 L2
$\theta_E ["]$	3,74	2,90	2,67	3,18
q_L	0,22	0,98	0,41	0,75
θ_L [deg]	144	84	144	130
γ	0,073	0,300		0,026
θ_γ [deg]	98	138		3

nięciu ku czerwieni $z = 0,50 \pm 0,03$ (pomiar fotometryczny), główna soczewka znajduje się na tym samym przesunięciu ku czerwieni z taką samą niepewnością, co uznano za wystarczający argument, aby rozszerzyć badany układ do dwóch soczewek położonych na tym samym przesunięciu ku czerwieni. Dodatkowym argumentem za dodaniem nowego obiektu było jego położenie – dokładnie na kierunku wyznaczanym przez wielką półkę Modelu 1. W tym momencie przystąpiono do modelowania układu dwóch soczewek L1 i L2, każdej o profilu SIE (opisana procedura w podrozdziale 5.1 umożliwia dołączenie dowolnej liczby profili, należy przy tym pamiętać, że pociąga to za sobą wzrost liczby dopasowywanych parametrów oraz wydłużenie czasu modelowania). Warto dodać, że liczbę parametrów ograniczono, nie dopasowując profilu światła drugiej soczewki L2. Znajduje się ona tak daleko od głównej części układu, że jej światło nie wpływa na dopasowanie profili światła pierwszej soczewki L1 i źródła. W tabeli 7 przedstawiono zestawy parametrów dla obu składników układu (odpowiednio Model 3 L1 i Model 3 L2). Z dopasowania wynika, że są to dwie soczewki o porównywalnej masie i rozmiarze. W procedurze próbkowania MCMC otrzymano podobne parametry dla tych soczewek (L1: $\theta_E = 2,67^{+0,13}_{-0,12}$, $q_L = 0,31^{+0,05}_{-0,04}$, L2: $\theta_E = 3,31^{+0,27}_{-0,26}$, $q_L = 0,81^{+0,11}_{-0,12}$, choć może niepokoić ponowne zmniejszanie się stosunku półosi w soczewce L1).

5.4. Parametry soczewek na podstawie modelowania próbki z katalogu CASSOWARY

Mając kilkanaście przypadków wymodelowanych układów z silnymi soczewkami grawitacyjnymi, warto przyjrzeć się własnościom samych soczewek oraz źródeł. Wykorzystano parametry otrzymane z powtórnego modelowania przy użyciu MCMC. Pierwszym istotnym parametrem w modelu SIE jest eliptyczność rozkładu masy soczewki. Na rysunku 50 przedstawiono znormalizowany rozkład stosunków półosi we wszystkich analizowanych układach z katalogu CASSOWARY i porównano go z próbką SGAS opisaną przez Oguri i in. (2012)

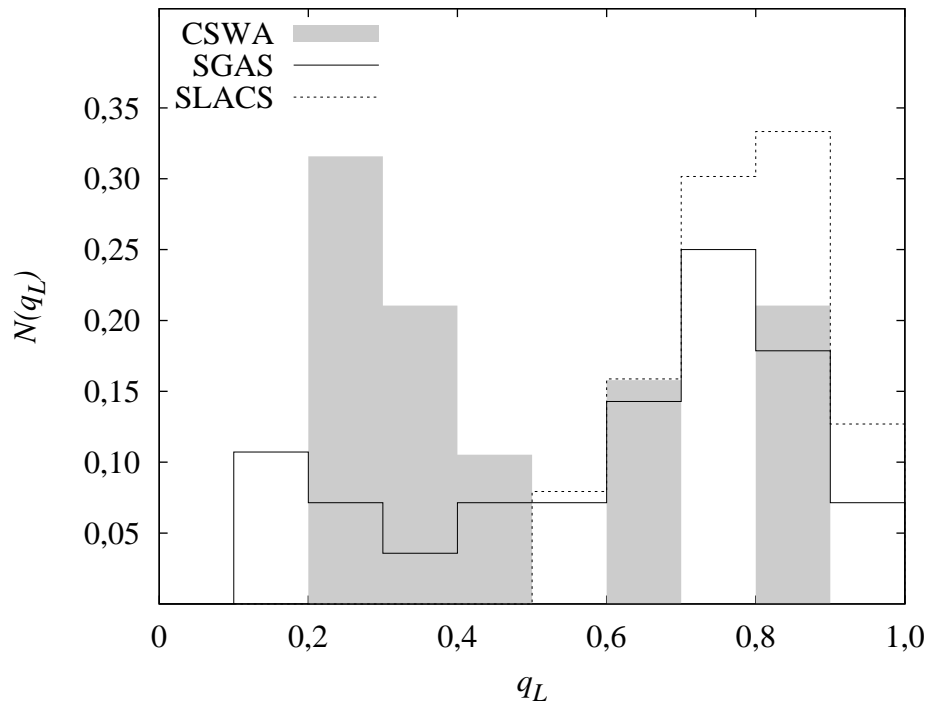
Tabela 8. Wartości parametrów bezpośrednio dopasowanych w procedurze optymalizacji dla modelu SIE oraz profili Sérsica soczewki i źródła. Podano również wartość zredukowanego χ^2 dla każdego z filtrów.

CSWA id	θ_E ["]	q_L θ_L [deg]	γ θ_γ [deg]	R'_L ["]	q'_L θ'_L [deg]	n_L	R_S ["]	q_S θ_S [deg]	n_S	$\chi^2 (g, r, i, z)$
CSWA 1	5,08	0,82 129	0,028 2	2,81	0,91 131	4,67	0,48	0,74 -40	2,42	1,39 1,49 1,59 1,54
CSWA 3	3,64	0,65 26	0,093 -111	4,75	0,97 98	4,97	0,07	1,00 63	3,66	1,69 1,81 1,96 1,37
CSWA 6	3,90	0,67 103	0,032 143	4,69	0,78 109	4,29	0,24	0,52 179	2,34	1,49 1,57 1,88 1,55
CSWA 21	3,50	0,46 13	0,001 71	3,64	0,71 12	4,58	0,22	0,59 84	1,58	1,44 1,49 1,36 1,49
CSWA 24	5,44	0,66 145	0,000 -130	7,34	0,59 149	5,95	0,24	0,92 44	2,38	1,57 1,59 1,63 1,50
CSWA 33	2,90	0,36 55	0,002 -44	9,77	0,65 59	3,75	0,38	0,50 -8	1,81	2,07 2,35 2,12 1,59
CSWA 103	2,10	0,35 44	0,000 110	4,56	0,55 43	5,77	1,09	0,48 -180	2,66	1,47 1,40 1,30 1,51
CSWA 105	5,82	0,63 22	0,000 -84	10,20	0,65 2	6,27	0,33	0,22 74	1,99	1,70 2,32 2,56 1,61
CSWA 116	2,66	0,90 71	0,106 162	6,55	1,00 66	4,61	0,34	0,99 -143	2,12	1,43 1,65 1,60 1,49
CSWA 137	2,63	0,93 82	0,188 -97	2,97	0,93 51	3,74	0,04	0,65 -90	2,72	1,51 1,46 1,84 1,47
CSWA 150	3,62	0,41 53	0,009 173	7,91	0,95 48	5,15	0,20	0,38 58	4,28	1,47 1,46 1,32 1,54
CSWA 154	1,98	0,39 3	0,019 62	12,30	0,68 0	5,65	0,30	0,20 -95	2,50	1,42 1,66 2,14 1,50
CSWA 157	3,33	0,21 145	0,069 -60	10,09	0,44 148	3,61	0,14	0,61 -102	2,54	1,40 1,43 1,58 1,36
CSWA 161	2,67	0,41 144	0,026 3	3,29	0,56 141	5,66	0,09	0,30 50	2,65	1,38 1,65 1,74 1,68
	3,18	0,75 130								
CSWA 162	2,49	0,71 160	0,191 -59	4,05	0,92 153	5,69	0,09	0,24 43	2,22	1,47 1,56 1,59 1,51
CSWA 163	3,40	0,88 100	0,115 -93	12,74	0,90 101	6,50	0,13	0,74 -45	2,70	1,55 2,26 2,43 1,64
CSWA 164	3,71	0,57 60	0,114 -36	7,15	0,84 14	6,92	0,43	0,54 -43	3,83	1,48 1,50 1,63 1,42
CSWA 165	3,83	0,44 83	0,028 -24	5,70	0,73 113	5,22	0,39	0,84 -65	3,24	1,50 1,63 1,60 1,53

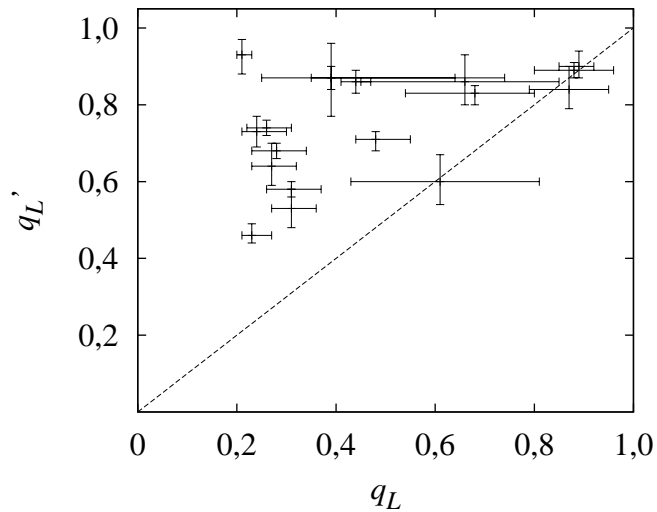
Tabela 9. Wartości jasności obserwowanej soczewki (m_L) i źródła (m_S) oraz wzmocnienie dla modelu SIE (μ), dla każdego z filtrów oddzielnie (na podstawie parametrów dopasowanych w procedurze optymalizacji).

CSWA id	$m_L (g, r, i, z)$	$m_S (g, r, i, z)$	$\mu (g, r, i, z)$
CSWA 1	20,59 18,74 17,95 17,48	23,27 23,05 22,99 22,65	22,19 22,17 22,19 22,19
CSWA 3	19,20 17,95 17,41 17,08	23,04 22,87 22,66 22,40	20,19 19,94 19,79 19,90
CSWA 6	19,82 18,11 17,41 17,00	23,14 22,79 22,59 22,34	15,78 15,78 15,80 15,80
CSWA 21	20,00 18,31 17,63 17,18	22,74 22,32 22,13 22,12	11,34 11,44 11,45 11,37
CSWA 24	19,39 17,65 16,84 16,44	24,10 24,17 23,65 23,76	20,17 20,10 20,21 20,17
CSWA 33	18,71 17,18 16,55 16,20	24,73 23,52 21,87 20,86	6,28 6,29 6,30 6,30
CSWA 103	21,75 19,90 18,73 18,10	22,24 21,88 21,91 22,62	4,33 4,32 4,32 4,32
CSWA 105	20,32 18,75 17,66 17,14	23,49 23,17 22,96 22,98	11,60 11,62 11,59 11,62
CSWA 116	20,22 18,48 17,70 17,25	23,12 23,00 22,77 22,64	14,67 14,64 14,67 14,66
CSWA 137	21,10 19,79 18,77 18,20	23,58 23,48 23,39 23,34	13,19 12,34 12,57 12,89
CSWA 150	20,10 18,33 17,45 16,97	22,96 22,58 22,37 22,45	6,79 6,63 6,62 6,91
CSWA 154	20,00 18,18 17,09 16,61	23,12 22,42 22,41 23,10	4,08 4,05 4,06 4,10
CSWA 157	20,48 18,62 17,52 17,09	23,79 23,51 23,28 23,77	6,54 6,54 6,47 6,57
CSWA 161	21,48 19,45 18,47 18,00	23,54 23,47 23,21 23,06	9,57 9,63 9,25 9,04
CSWA 162	20,90 19,20 18,27 17,69	24,89 23,64 23,26 23,26	11,37 11,64 11,21 11,39
CSWA 163	18,50 16,87 16,25 15,90	23,66 23,65 23,66 27,09	15,55 15,80 15,74 15,72
CSWA 164	19,80 18,09 17,31 16,90	22,86 22,74 22,73 22,77	18,82 18,83 18,82 18,81
CSWA 165	19,69 17,86 17,24 16,83	23,73 23,39 23,15 23,63	10,01 9,90 10,02 10,00

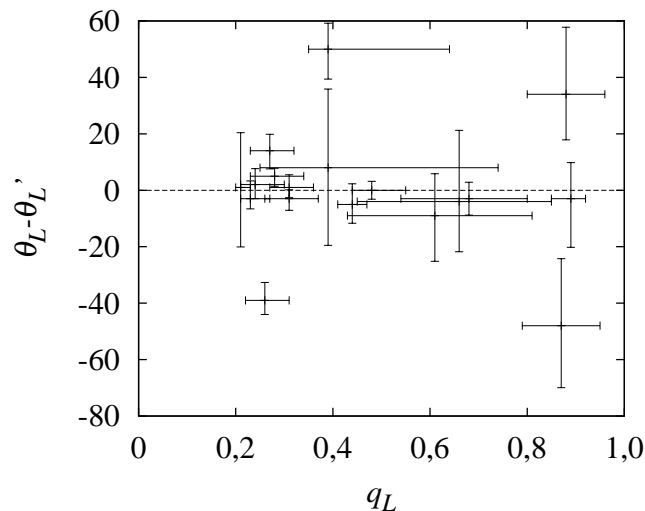
oraz z soczewkami w przeglądzie SLACS badanych przez Bolton i in. (2008) (patrz rozdział 2). W obu wspomnianych zestawach soczewek szukano rozkładów soczewkującej masy. Jak wynika z zamieszczonego histogramu wśród soczewek z katalogu CASSOWARY jest więcej soczewek o dużych eliptycznościach, choć spodziewano się na podstawie innych próbek rozkładu z maksimum przy wyższych wartościach stosunku pól (rzędu 0,8). Wyjaśnieniem dla analizowanej tutaj próbki CASSOWARY może być fakt selekcji obserwacyjnej: w danych z przeglądu SDSS szukano jasnych łuków, układów z więcej niż dwoma obrazami, które będą występować częściej przy wysokich wartościach eliptyczności. Dalej zbadano także rozkład eliptyczności masy względem rozkładu eliptyczności światła soczewki (patrz rys. 51). Spodziewano się, że stosunek tych dwóch parametrów będzie równy średnio wartości ~ 1 . Dla większości układów eliptyczność masy soczewki jest większa od eliptyczności związanej ze światłem soczewki (czyli z rozkładem masy gwiazd). Jest to dość zaskakujące, bowiem masa gwiazdowa galaktyki powinna stanowić znaczący ułamek masy zawartej wewnątrz promienia Einsteina. Poprzednie prace pokazują, że zależność pomiędzy eliptycznościami jest liniowa. Przykładowo Koopmans i in. (2006) pokazują, że dla części soczewek z katalogu SLACS $\langle q_L/q'_L \rangle = 0,99 \pm 0,11$, natomiast Gavazzi i in. (2012) twierdzą, że dla rozszerzonej próbki SLACS zależność ta ma większy rozrzut, $\langle q_L/q'_L \rangle = 0,95 \pm 0,48$



Rysunek 50. Rozkład stosunków półośi w modelach SIE dla 18 prezentowanych układów. Histogram porównano z rozkładem dla próbki SLACS i SGAS.



Rysunek 51. Stosunek półośi w modelu masy światła q'_L w funkcji stosunku półośi modelu masy soczewki q_L . Linia przerywaną zaznaczono zależność $q_L = q'_L$.

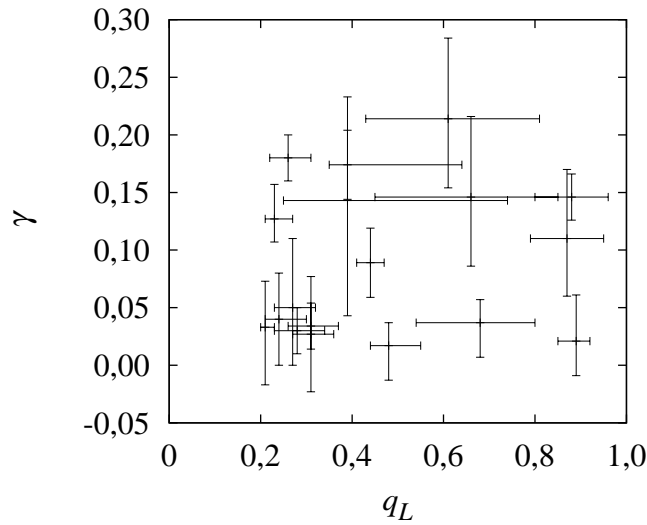


Rysunek 52. Rozrzut pomiędzy orientacją rozkładu masy θ_L a orientacją rozkładu światła soczewki θ'_L w funkcji stosunku półosi w modelu SIE, q_L .

(niemniej nadal jest bliska wartości 1). W przypadku soczewek CASSOWARY otrzymano następujące wyniki: $\langle q_L/q'_L \rangle = 0,62 \pm 0,25$, które znacząco się różnią od dotychczas prezentowanych w literaturze. Biorąc pod uwagę duży rozrzut badanych przez Gavazzi i in. (2012) soczewek, wynik dla układów CSWA mieści się jednak w przedziale 1σ . Można zauważyć, że w porównaniu z próbką SLACS, modelowane soczewki posiadają głównie parametry spełniające zależność: $q_L < q'_L$. Niestety nie jest znana przyczyna, dlaczego w katalogu zabrakło obiektów o $q_L > q'_L$, których wystarczająco wiele znajduje się wśród soczewek SLACS (tak aby zrównoważyć zależność $q_L \sim q'_L$).

Sprawdzony został rozrzut pomiędzy orientacją wielkiej półosi masy soczewki a światła soczewki w stosunku do wartości stosunku półosi. Miało to na celu wykluczenie ewentualnego błędnego dopasowywania jednego ze stosunków półosi w wyniku nieprawidłowego ustawienia modelu w płaszczyźnie soczewki. Pomijając dwa przypadki, rozrzut pomiędzy pozycjami modeli nie jest znaczący (patrz rys. 52), co sugeruje, że eliptyczność światła i masy są skorelowane w jednym kierunku. Nie spodziewano się silnej korelacji pomiędzy ustawieniami masy i światła dla układów bardziej sferycznych ($q_L > 0,8$), gdyż tam ustawienia te mogą nie być dobrze określone.

Sprawdzono również, jak duży wpływ na dopasowanie parametru q_L może mieć zewnętrzne ścinanie. W opisywanym algorytmie modelowania silnych soczewek grawitacyjnych uwzględniono ten parametr. Na rysunku 53 nie można zauważyć spodziewanego wzrostu wartości parametru γ przy malejących war-



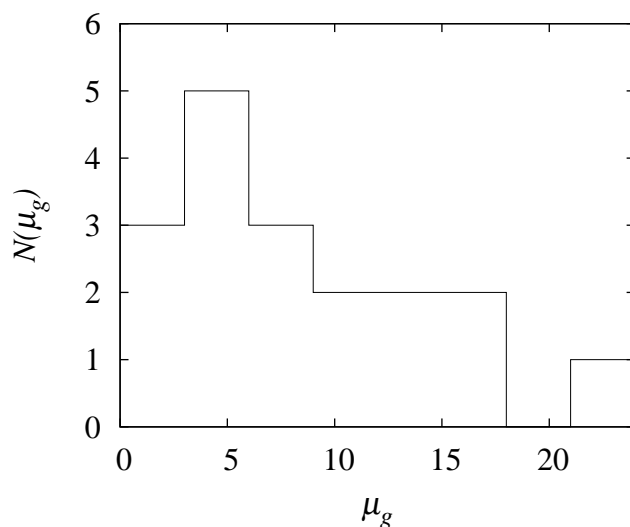
Rysunek 53. Parametr zewnętrznego ścinania γ w funkcji stosunku pólności w modelu SIE, q_L .

tościach stosunku pólności. Dla dużej grupy soczewek o małych stosunkach pólności ($q_L < 0,4$) dopasowany parametr γ nie jest większy od 0,05. Niemniej zauważono dla wielu układów korelację pomiędzy wartością parametru γ , a orientacją soczewki na niebie θ_L , co może wskazywać na pewne problemy w rozróżnieniu przez model dwóch źródeł soczewkowania – głównej soczewki i zewnętrznego tła.

Rozkład wzmocnień zaprezentowany na rys. 54 pokazuje, że badane są układy o różnych wzmocnieniach, sięgających nawet do wartości rzędu 15 i większych, co sugeruje możliwość badania źródeł położonych na dalekich przesunięciach ku czerwieni. Niepokojące są tylko wartości wzmocnienia poniżej 2-3, które sugerują błędne określenie parametrów masy soczewki, np. eliptyczności, na co wskazuje wykres na rys. 55.

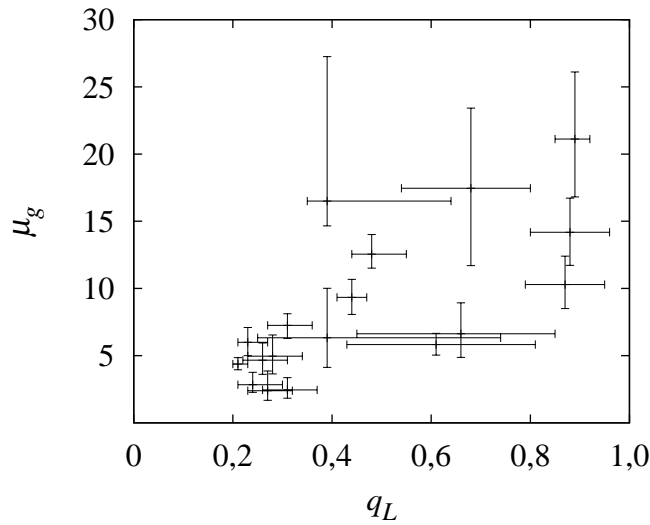
Problemy z dopasowaniem tak podstawowego i istotnego parametru, jakim jest eliptyczność profilu masy soczewki, sugerują, że przyjęte założenie prostego modelu SIE mogło być niewystarczające. Niestety nie powiodły się próby użycia profilu potęgowego, jak w przypadku CSWA 1, niemniej nie powinno to mieć wpływu na dopasowanie eliptyczności. Można zadać pytanie, co jest odpowiedzialne za tak małe znalezione wartości parametru q_L . Zaburzenie potencjału grawitacyjnego mogło być wprowadzone przez wielkoskalowe tło lub uśredniony wpływ gromady galaktyk. Jednak nie we wszystkich układach duża eliptyczność wiąże się z dużym zewnętrznym ścinaniem.

Opisane wątpliwości dotyczące rozkładu eliptyczności galaktyk – socze-



Rysunek 54. Rozkład całkowitych wzmocnień w prezentowanych modelach SIE (w filtrze g).

wek mogą sugerować, że problem leży wewnątrz nich. Istniejące substrukтуры ciemnej materii mogłyby odpowiadać za zmianę parametru q_L , nie powodując zmiany eliptyczności profilu światła. Takie możliwości były już rozważane w literaturze (Dalal i Kochanek 2002, Kochanek i Dalal 2004), gdzie badano zmianę strumienia obrazów odległych kwazarów związaną właśnie z dodatkowymi substrukturami soczewki. W przypadku soczewek w katalogu CASSOWARY możliwe jest wytłumaczenie różnic w kształtach dopasowanych profili masy i jasności powierzchniowej poprzez stwierdzenie, że proste modele SIE nie w pełni oddają potencjał grawitacyjny w płaszczyźnie soczewki. Rozważając na przykład układ CSWA 21, warto zwrócić uwagę na to, że dopasowania przeprowadzone z użyciem danych lepszej jakości oraz danych SDSS, wykazują bardzo dobrą zgodność. Jednocześnie profil soczewki jest znacznie bardziej eliptyczny od profilu światła, co może sugerować, że obie przeprowadzone analizy założyły zbyt uproszczony model. W przypadku układu CSWA 3 mamy do czynienia natomiast z układem kilku soczewek, które oddzielnie widoczne są dopiero w danych o lepszej rozdzielczości. Zawyżona wartość eliptyczności, czy to profilu światła czy masy, wskazuje wyraźnie, że przyjęte modele nie opisywały wystarczająco dobrze potencjału grawitacyjnego. W takim przypadku można twierdzić, że przynajmniej wśród części innych modelowanych układów także niezamierzenie pominięto istotne substrukтуры, znajdujące się wewnątrz lub w bliskiej okolicy głównej soczewki. Przypadek układu CSWA 3 wyraźnie pokazuje, do czego może prowadzić niewystarcza-

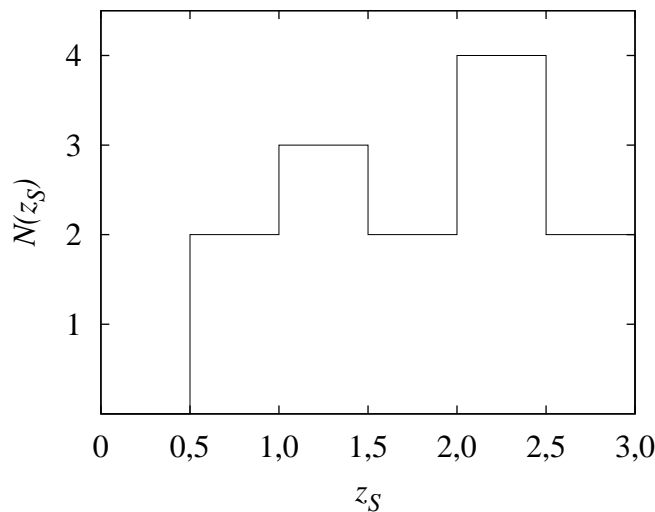


Rysunek 55. Wzmocnienie w filtrze g w funkcji stosunku półośi w modelu masy soczewki.

jąca rozdzielczość zdjęć. Zamiast kilku soczewek w układzie dopasowywano tylko jedną, więc nie sposób było oddać całą złożoność problemu.

W znakomitej większości dopasowywanych profilów jasności powierzchniowej galaktyk – soczewek wystąpiła degeneracja pomiędzy promieniem efektywnym a indeksem Sérsica. Problem ten jest znany w literaturze, był rozpatrywany na przykład przez Gavazzi i in. (2012), także przy modelowaniu układów silnych soczewek grawitacyjnych. Profil Sérsica jest określony przez dwa parametry (patrz wzór (63)), sprzężenie nachylenia profilu z promieniem efektywnym nie powinno być zaskakujące. Im mniej nachylony profil, tym promień efektywny (czyli obszar zawierający połowę światła) może być większy. Ponieważ większość światła na badanych zdjęciach pochodzi od galaktyki – soczewki, nieprawidłowe określenie profilu jasności powierzchniowej mogło w dalszej kolejności spowodować błędne wyznaczenie parametrów źródła, a także wartości wzmocnienia.

Patrząc na dopasowane modele w porównaniu z wynikami innych autorów, zaproponowany algorytm daje bardzo dobre oszacowania na promień Einsteina, a co za tym idzie wyniki mogą posłużyć do oszacowania masy galaktyki – soczewki.



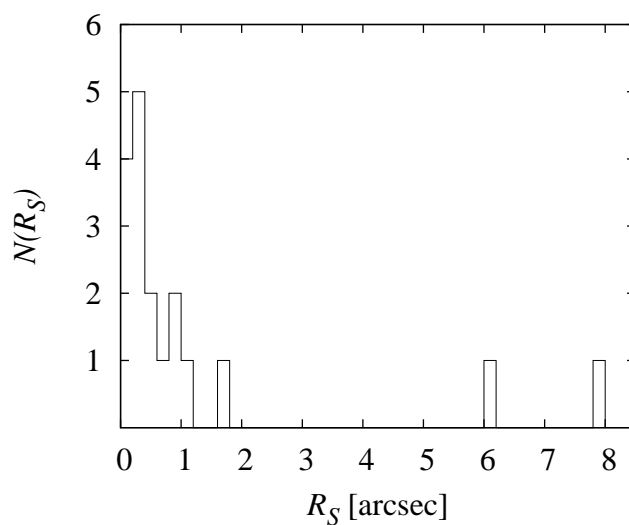
Rysunek 56. Rozkład znanych przesunięć ku czerwieni źródeł (13 przypadków).

5.5. Właściwości soczewkowanych źródeł z wybranych układów

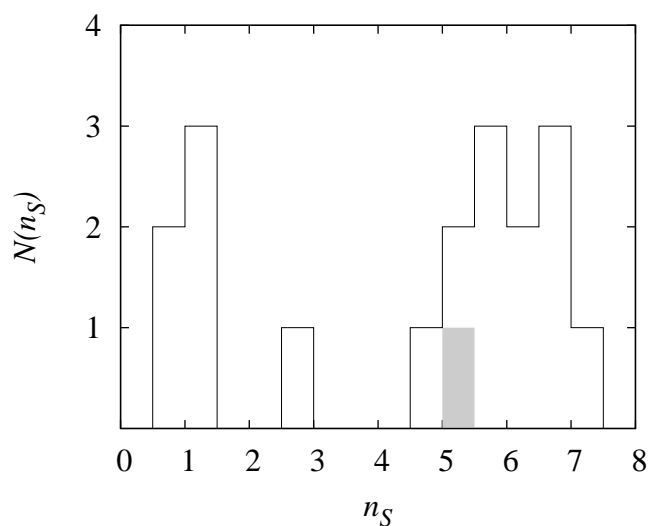
Równie ciekawe statystyki można znaleźć, badając parametry soczewkowanych źródeł, które powinny być w większości galaktykami późnych typów, gdyż w większości mają one obrazy jaśniejsze w krótszych długościach fali. Dla 13 obiektów z badanej próbki znane są przesunięcia ku czerwieni źródeł, na rysunku 56 umieszczono rozkład ich przesunięć ku czerwieni. Jak widać, próbka składa się z obiektów położonych pomiędzy $z \sim 0,7$ oraz $2,8$ z medianą $z \sim 1,958$.

Na rysunku 57 prezentowany jest rozkład promieni efektywnych źródeł otrzymanych w wyniku dopasowywania modeli z profilem Sérsica. Większość źródeł ma bardzo małe rozmiary, zwłaszcza jeżeli weźmie się pod uwagę ich przesunięcia ku czerwieni.

Większość badanych galaktyk jest na obrazach SDSS niebieska, co sugeruje, że są to galaktyki późnych typów z dużymi obszarami formowania się gwiazd. W literaturze grupę galaktyk wczesnych typów rozdziela się zwykle od galaktyk późnych typów poprzez wartość indeksu Sérsica n_S . Uznaje się, że dla $n_S > 2,5$ są to obiekty wczesnych typów, natomiast $n_S < 2,5$ – późnych. W takim razie większość tutaj prezentowanych źródeł powinna mieć wartości indeksu Sérsica w okolicach ~ 1 , pomijając układ CSWA 33, w którym źródło podobnie jak soczewka jest galaktyką wczesnego typu. Taki wynik byłby odzwierciedleniem rozkładu tego indeksu dla galaktyk znalezionych w przeglądzie



Rysunek 57. Rozkład promieni efektywnych źródeł o profilu Sérsica.



Rysunek 58. Rozkład indeksów Sérsica dla 18 badanych źródeł. Dla galaktyk późnego typu przyjmuje się wartość $n_S < 2,5$, natomiast dla wczesnego typu – $n_S > 2,5$. Dla dużej grupy badanych źródeł otrzymano $n_S > 2,5$, wbrew wcześniejszym przewidywaniom. Kolorem szarym zaznaczono źródło w układzie CSWA 33, dla którego indeks $n_S > 2,5$ został prawidłowo wymodelowany – źródło przypomina czerwoną galaktykę wczesnego typu.

HUDF (the Hubble Ultra Deep Field) położonych w podobnym zakresie przesunięć ku czerwieni (Coe i in. 2006). Na rysunku 58 zaprezentowano rozkład indeksów Sérsica, biorąc pod uwagę źródła ze wszystkich 18 układów. Rozkład indeksu Sérsica na podstawie źródeł w układach CASSOWARY można określić jako dwumodalny. Część obiektów (mniej niż połowa) ma indeksy poniżej wartości 2,5. Drugą grupę stanowią obiekty w większości o indeksach powyżej wartości 4, co przeczy wstępnym sugestiom dotyczącym typów tych galaktyk. Należy jednak zwrócić uwagę na bardzo duże niepewności dopasowywanych parametrów n_S (a także powiązanych z nimi wartościami promieni efektywnych). Poza tym podobnie jak w przypadku galaktyk – soczewek, zauważono degenerację promienia efektywnego i indeksu Sérsica. Obrazy źródeł mają w danych SDSS rozmiary kilku pikseli, co wpływa na dużą niepewność wyznaczenia rozkładu jasności powierzchniowej. Tak naprawdę na podstawie tych wyników bardzo trudno oceniać przynależność źródeł do dwóch typów galaktyk (wczesnych i późnych). Najprawdopodobniej ocena ich widma byłaby w tym bardziej skuteczna.

5.6. Wnioski

W rozdziale tym zaprezentowano 18 modeli silnych soczewek grawitacyjnych znalezionych w przeglądzie SDSS. Wśród nich znalazło się 5 już wcześniej modelowanych, również przy użyciu danych w lepszej rozdzielczości. Wyniki modelowania tych układów były wystarczająco zadowalające, aby opisany algorytm posłużył do wyznaczenia parametrów dla kolejnych układów. Choć modelowanie jednocześnie, w najprostszym przypadku pojedynczego źródła i pojedynczej soczewki, 27 parametrów (a w przypadku badania niepewności modeli dodatkowych 4) mogło wydawać się czasochłonne, był to najprawdopodobniej jedyny sposób otrzymania wyników dotyczących soczewek i źródeł z danych znalezionych w przeglądzie SDSS.

Na podstawie otrzymanych modeli możliwa była dyskusja parametrów dotyczących soczewki, jak i źródła. Zaskakującym wynikiem może wydawać się bardzo niewielki średni stosunek pól soczewki w profilu masy SIE, co jednak może znaleźć wytłumaczenie w selekcji obserwacyjnej i sposobie wyszukiwania układów do katalogu CASSOWARY. Niestety braku korelacji pomiędzy eliptycznością profilu masy soczewki a eliptycznością profilu jasności powierzchniowej nie można już tak łatwo wytłumaczyć. Wyniki innych autorów pokazują, że takie zaburzenie relacji może zaistnieć przy występowaniu wpływu od innych obiektów położonych niedaleko soczewki, które mogą zaburzać jej poten-

cjał grawitacyjny. Można też szukać wpływu wewnętrznych struktur ciemnej materii, które będą zmieniać rozkład eliptyczności masy, nie wpływając na rozkład światła.

Zbadano także parametry źródeł, w tym między innymi rozmiar i indeks Sérsica. Dalekie przesunięcia ku czerwieni badanych źródeł pozwalają badać interesujące momenty w ewolucji Wszechświata, zwłaszcza dla tworzenia się galaktyk ($1 < z < 3$). Duża niepewność parametrów takich jak promień czy indeks Sérsica sugeruje jednak konieczność zbadania układów w lepszej rozdzielczości. Na przeszkodzie może stać ewentualnie wzrost liczby pikseli na zdjęciach, co za pewne wydłuży czas trwania poszukiwania najlepszego modelu (zwłaszcza przy utrzymaniu jednoczesnego modelowania profilu masy soczewki, jej profilu jasności powierzchniowej oraz profilu jasności powierzchniowej źródła, dodatkowo w kilku filtrach).

Wybrany zestaw układów silnego soczewkowania z katalogu CASSOWARY daje się możliwość analizy w miarę jednorodnej próbki galaktyk soczewkowanych i soczewkujących oraz rozszerzenia jej o kolejne obiekty.

Tabela 10. Wartości parametrów wraz z niepewnościami, bezpośrednio dopasowanych dla modelu SIE oraz profili Sérsica soczewki i źródła. Parametry znalezione podczas powtórnego modelowania MCMC.

CSWA id	θ_E ["]	$q_L \theta_L$ [deg]	$\gamma \theta_\gamma$ [deg]	R'_L ["]	$q'_L \theta'_L$ [deg]	n_L	R_S ["]	$q_S \theta_S$ [deg]	n_S				
CSWA 1	$5,08^{+0,02}_{-0,02}$	$0,89^{+0,03}_{-0,04}$	130^{+8}_{-14}	$0,021^{+0,012}_{-0,012}$	-14^{+19}_{-13}	$6,62^{+1,60}_{-1,58}$	$0,90^{+0,04}_{-0,03}$	133^{+10}_{-10}	$7,17^{+0,56}_{-0,79}$	$0,81^{+0,48}_{-0,33}$	$0,82^{+0,11}_{-0,14}$	-26^{+35}_{-22}	$6,85^{+0,85}_{-2,17}$
CSWA 3	$3,51^{+0,11}_{-0,14}$	$0,44^{+0,03}_{-0,03}$	34^{+2}_{-3}	$0,089^{+0,028}_{-0,022}$	-120^{+5}_{-4}	$8,33^{+1,69}_{-1,42}$	$0,86^{+0,03}_{-0,03}$	39^{+7}_{-6}	$6,68^{+0,59}_{-0,54}$	$0,30^{+0,14}_{-0,08}$	$0,36^{+0,05}_{-0,05}$	75^{+4}_{-4}	$5,24^{+1,56}_{-1,52}$
CSWA 6	$3,86^{+0,06}_{-0,04}$	$0,68^{+0,12}_{-0,14}$	103^{+3}_{-3}	$0,037^{+0,017}_{-0,019}$	152^{+21}_{-26}	$3,98^{+0,59}_{-0,50}$	$0,83^{+0,02}_{-0,03}$	106^{+5}_{-5}	$3,87^{+0,34}_{-0,34}$	$0,21^{+0,11}_{-0,07}$	$0,57^{+0,17}_{-0,08}$	-7^{+5}_{-8}	$1,13^{+0,25}_{-0,58}$
CSWA 21	$3,52^{+0,06}_{-0,06}$	$0,48^{+0,07}_{-0,04}$	12^{+1}_{-1}	$0,017^{+0,024}_{-0,013}$	23^{+64}_{-15}	$10,38^{+2,08}_{-2,47}$	$0,71^{+0,02}_{-0,03}$	12^{+3}_{-3}	$7,27^{+0,50}_{-0,72}$	$0,19^{+0,02}_{-0,03}$	$0,52^{+0,10}_{-0,11}$	82^{+6}_{-7}	$1,12^{+0,65}_{-0,34}$
CSWA 24	$5,39^{+0,31}_{-0,30}$	$0,31^{+0,06}_{-0,05}$	144^{+3}_{-4}	$0,034^{+0,040}_{-0,025}$	-149^{+39}_{-25}	$9,27^{+2,13}_{-2,18}$	$0,58^{+0,02}_{-0,02}$	147^{+1}_{-1}	$7,19^{+0,55}_{-0,71}$	$7,88^{+4,47}_{-3,49}$	$0,83^{+0,12}_{-0,19}$	-26^{+72}_{-34}	$5,90^{+1,16}_{-1,24}$
CSWA 33	$3,65^{+0,36}_{-0,44}$	$0,28^{+0,06}_{-0,05}$	54^{+2}_{-3}	$0,030^{+0,041}_{-0,021}$	-62^{+39}_{-30}	$6,93^{+1,01}_{-0,79}$	$0,68^{+0,02}_{-0,02}$	49^{+2}_{-2}	$3,41^{+0,26}_{-0,23}$	$1,05^{+1,00}_{-0,53}$	$0,67^{+0,19}_{-0,16}$	1^{+29}_{-25}	$5,20^{+1,92}_{-2,35}$
CSWA 103	$1,87^{+0,14}_{-0,12}$	$0,61^{+0,20}_{-0,18}$	34^{+14}_{-15}	$0,214^{+0,063}_{-0,081}$	51^{+9}_{-7}	$5,09^{+3,50}_{-2,17}$	$0,60^{+0,07}_{-0,06}$	43^{+5}_{-6}	$5,60^{+1,52}_{-1,47}$	$0,65^{+0,16}_{-0,09}$	$0,48^{+0,11}_{-0,10}$	-159^{+9}_{-11}	$1,18^{+0,68}_{-0,40}$
CSWA 105	$5,60^{+0,50}_{-0,56}$	$0,27^{+0,05}_{-0,04}$	21^{+3}_{-4}	$0,050^{+0,051}_{-0,034}$	-95^{+29}_{-25}	$20,14^{+5,27}_{-3,81}$	$0,64^{+0,06}_{-0,05}$	7^{+5}_{-5}	$7,79^{+0,15}_{-0,31}$	$6,89^{+6,37}_{-3,80}$	$0,65^{+0,19}_{-0,18}$	88^{+22}_{-23}	$7,22^{+0,55}_{-1,17}$
CSWA 116	$2,62^{+0,03}_{-0,03}$	$0,87^{+0,08}_{-0,08}$	99^{+22}_{-19}	$0,110^{+0,031}_{-0,024}$	169^{+6}_{-6}	$12,66^{+4,81}_{-3,94}$	$0,84^{+0,06}_{-0,05}$	147^{+9}_{-11}	$6,71^{+0,81}_{-0,95}$	$0,56^{+0,30}_{-0,14}$	$0,89^{+0,08}_{-0,15}$	7^{+53}_{-46}	$2,51^{+1,36}_{-0,98}$
CSWA 137	$1,86^{+0,40}_{-0,34}$	$0,39^{+0,35}_{-0,14}$	70^{+7}_{-9}	$0,143^{+0,112}_{-0,077}$	-99^{+11}_{-9}	$6,99^{+2,75}_{-1,87}$	$0,87^{+0,09}_{-0,10}$	62^{+27}_{-26}	$7,12^{+0,65}_{-1,09}$	$0,18^{+0,20}_{-0,10}$	$0,64^{+0,25}_{-0,25}$	21^{+110}_{-146}	$5,71^{+1,76}_{-2,94}$
CSWA 150	$3,61^{+0,35}_{-0,46}$	$0,21^{+0,02}_{-0,01}$	55^{+4}_{-2}	$0,033^{+0,045}_{-0,024}$	171^{+7}_{-14}	$23,07^{+4,48}_{-4,54}$	$0,93^{+0,04}_{-0,05}$	54^{+19}_{-21}	$7,60^{+0,30}_{-0,56}$	$0,37^{+0,06}_{-0,05}$	$0,85^{+0,10}_{-0,15}$	105^{+36}_{-60}	$0,78^{+1,28}_{-0,22}$
CSWA 154	$2,11^{+0,29}_{-0,50}$	$0,24^{+0,06}_{-0,03}$	6^{+4}_{-4}	$0,040^{+0,050}_{-0,029}$	34^{+80}_{-33}	$21,96^{+4,16}_{-4,41}$	$0,73^{+0,04}_{-0,04}$	4^{+4}_{-3}	$7,59^{+0,30}_{-0,55}$	$0,87^{+0,85}_{-0,40}$	$0,34^{+0,15}_{-0,10}$	-93^{+11}_{-11}	$4,98^{+2,01}_{-3,17}$
CSWA 157	$3,41^{+0,36}_{-0,54}$	$0,23^{+0,04}_{-0,02}$	144^{+6}_{-3}	$0,127^{+0,093}_{-0,060}$	-41^{+9}_{-10}	$4,17^{+0,89}_{-0,55}$	$0,46^{+0,03}_{-0,02}$	147^{+2}_{-2}	$2,08^{+0,35}_{-0,27}$	$0,24^{+0,21}_{-0,11}$	$0,73^{+0,18}_{-0,22}$	-52^{+149}_{-49}	$6,76^{+0,87}_{-1,78}$
CSWA 161	$2,67^{+0,13}_{-0,12}$	$0,31^{+0,05}_{-0,04}$	104^{+32}_{-45}	$0,027^{+0,020}_{-0,017}$	-5^{+7}_{-7}	$5,44^{+1,20}_{-0,92}$	$0,53^{+0,05}_{-0,05}$	143^{+4}_{-3}	$7,34^{+0,48}_{-0,63}$	$0,19^{+0,12}_{-0,07}$	$0,40^{+0,17}_{-0,12}$	60^{+9}_{-10}	$6,33^{+1,19}_{-1,37}$
CSWA 162	$3,31^{+0,27}_{-0,26}$	$0,81^{+0,11}_{-0,12}$	133^{+13}_{-14}	$0,146^{+0,054}_{-0,070}$	-57^{+8}_{-13}	$5,52^{+1,12}_{-1,12}$	$0,86^{+0,07}_{-0,06}$	147^{+14}_{-14}	$7,59^{+0,32}_{-0,52}$	$0,48^{+0,54}_{-0,25}$	$0,39^{+0,22}_{-0,13}$	35^{+12}_{-13}	$6,33^{+1,15}_{-2,37}$
CSWA 163	$2,35^{+0,10}_{-0,08}$	$0,66^{+0,19}_{-0,21}$	143^{+21}_{-11}	$0,146^{+0,018}_{-0,015}$	-96^{+5}_{-5}	$20,12^{+1,20}_{-1,39}$	$0,89^{+0,02}_{-0,02}$	91^{+6}_{-6}	$7,86^{+0,11}_{-0,18}$	$0,17^{+0,12}_{-0,06}$	$0,65^{+0,17}_{-0,21}$	-26^{+27}_{-18}	$5,57^{+1,72}_{-3,31}$
CSWA 164	$3,36^{+0,04}_{-0,05}$	$0,88^{+0,08}_{-0,08}$	125^{+23}_{-15}	$0,174^{+0,021}_{-0,067}$	-23^{+2}_{-12}	$6,13^{+2,50}_{-1,68}$	$0,87^{+0,03}_{-0,03}$	18^{+9}_{-7}	$6,30^{+0,93}_{-0,85}$	$0,36^{+0,05}_{-0,09}$	$0,59^{+0,06}_{-0,13}$	-36^{+6}_{-7}	$0,80^{+3,31}_{-0,21}$
CSWA 165	$3,91^{+0,06}_{-0,16}$	$0,39^{+0,25}_{-0,04}$	68^{+2}_{-8}	$0,180^{+0,047}_{-0,063}$	-43^{+11}_{-8}	$4,93^{+0,92}_{-0,66}$	$0,74^{+0,02}_{-0,02}$	111^{+2}_{-3}	$5,01^{+0,40}_{-0,36}$	$1,73^{+1,53}_{-0,78}$	$0,74^{+0,16}_{-0,18}$	114^{+29}_{-27}	$6,95^{+0,74}_{-1,58}$

Tabela 11. Wartości jasności obserwowanej soczewki (m_L) i źródła (m_S) oraz wzmocnienie dla modelu SIE (μ) wraz z niepewnościami, dla każdego z filtrów oddzielnie (użyto parametrów z powtórnego modelowania MCMC).

CSWA id	$m_L (g, r, i, z)$				$m_S (g, r, i, z)$				$\mu (g, r, i, z)$			
CSWA 1	20,16 ^{+0,14} _{-0,12}	18,29 ^{+0,13} _{-0,12}	17,51 ^{+0,13} _{-0,12}	17,05 ^{+0,14} _{-0,12}	23,25 ^{+0,27} _{-0,30}	23,07 ^{+0,28} _{-0,30}	23,06 ^{+0,29} _{-0,30}	22,72 ^{+0,27} _{-0,29}	21,12 ^{+4,99} _{-4,31}	21,09 ^{+4,95} _{-4,38}	21,12 ^{+4,98} _{-4,34}	21,11 ^{+5,00} _{-4,36}
CSWA 3	19,04 ^{+0,10} _{-0,10}	17,69 ^{+0,09} _{-0,10}	17,15 ^{+0,09} _{-0,10}	16,78 ^{+0,09} _{-0,10}	22,03 ^{+0,18} _{-0,20}	21,90 ^{+0,18} _{-0,22}	21,67 ^{+0,18} _{-0,21}	21,42 ^{+0,18} _{-0,21}	9,34 ^{+1,34} _{-1,27}	9,27 ^{+1,36} _{-1,29}	9,27 ^{+1,36} _{-1,30}	9,29 ^{+1,36} _{-1,28}
CSWA 6	19,91 ^{+0,08} _{-0,09}	18,21 ^{+0,08} _{-0,09}	17,51 ^{+0,08} _{-0,08}	17,10 ^{+0,08} _{-0,08}	23,27 ^{+0,35} _{-0,44}	22,91 ^{+0,36} _{-0,45}	22,73 ^{+0,37} _{-0,46}	22,48 ^{+0,38} _{-0,50}	17,46 ^{+5,96} _{-5,76}	17,45 ^{+6,19} _{-5,75}	17,59 ^{+6,57} _{-5,89}	17,76 ^{+6,52} _{-6,06}
CSWA 21	19,44 ^{+0,14} _{-0,10}	17,75 ^{+0,14} _{-0,10}	17,06 ^{+0,14} _{-0,10}	16,61 ^{+0,14} _{-0,10}	22,87 ^{+0,13} _{-0,10}	22,47 ^{+0,13} _{-0,10}	22,28 ^{+0,14} _{-0,10}	22,31 ^{+0,14} _{-0,10}	12,55 ^{+1,46} _{-1,04}	12,47 ^{+1,51} _{-0,97}	12,49 ^{+1,51} _{-1,00}	12,44 ^{+1,53} _{-0,99}
CSWA 24	19,36 ^{+0,15} _{-0,12}	17,58 ^{+0,14} _{-0,11}	16,77 ^{+0,14} _{-0,11}	16,37 ^{+0,14} _{-0,11}	21,19 ^{+0,40} _{-0,38}	21,24 ^{+0,41} _{-0,41}	20,68 ^{+0,40} _{-0,42}	20,74 ^{+0,41} _{-0,42}	2,45 ^{+0,91} _{-0,61}	2,45 ^{+0,90} _{-0,61}	2,46 ^{+0,90} _{-0,61}	2,46 ^{+0,90} _{-0,61}
CSWA 33	19,00 ^{+0,09} _{-0,10}	17,45 ^{+0,08} _{-0,10}	16,82 ^{+0,09} _{-0,10}	16,48 ^{+0,09} _{-0,10}	24,15 ^{+0,40} _{-0,42}	22,96 ^{+0,39} _{-0,42}	21,39 ^{+0,39} _{-0,42}	20,37 ^{+0,39} _{-0,41}	4,96 ^{+1,58} _{-1,32}	4,96 ^{+1,58} _{-1,32}	4,96 ^{+1,57} _{-1,32}	4,95 ^{+1,58} _{-1,32}
CSWA 103	21,67 ^{+0,37} _{-0,36}	19,81 ^{+0,31} _{-0,29}	18,65 ^{+0,31} _{-0,29}	18,03 ^{+0,32} _{-0,29}	22,68 ^{+0,17} _{-0,23}	22,35 ^{+0,18} _{-0,23}	22,40 ^{+0,20} _{-0,25}	23,18 ^{+0,46} _{-0,39}	5,83 ^{+0,83} _{-0,79}	5,83 ^{+0,82} _{-0,79}	5,83 ^{+0,83} _{-0,80}	5,83 ^{+0,83} _{-0,80}
CSWA 105	20,01 ^{+0,18} _{-0,20}	18,40 ^{+0,17} _{-0,19}	17,29 ^{+0,16} _{-0,18}	16,78 ^{+0,16} _{-0,19}	21,42 ^{+0,64} _{-0,49}	20,95 ^{+0,66} _{-0,50}	20,69 ^{+0,67} _{-0,54}	20,56 ^{+0,70} _{-0,56}	2,39 ^{+1,47} _{-0,71}	2,39 ^{+1,45} _{-0,71}	2,39 ^{+1,46} _{-0,71}	2,39 ^{+1,47} _{-0,70}
CSWA 116	20,04 ^{+0,22} _{-0,21}	18,20 ^{+0,21} _{-0,18}	17,42 ^{+0,21} _{-0,18}	16,96 ^{+0,21} _{-0,18}	22,63 ^{+0,25} _{-0,27}	22,46 ^{+0,27} _{-0,27}	22,18 ^{+0,28} _{-0,28}	22,07 ^{+0,27} _{-0,27}	10,29 ^{+2,11} _{-1,79}	10,28 ^{+2,10} _{-1,78}	10,28 ^{+2,11} _{-1,78}	10,29 ^{+2,11} _{-1,77}
CSWA 137	20,71 ^{+0,21} _{-0,19}	19,38 ^{+0,20} _{-0,20}	18,35 ^{+0,18} _{-0,20}	17,77 ^{+0,19} _{-0,20}	22,73 ^{+0,51} _{-0,53}	22,70 ^{+0,51} _{-0,52}	22,64 ^{+0,49} _{-0,53}	22,63 ^{+0,51} _{-0,55}	6,33 ^{+3,68} _{-2,20}	6,33 ^{+3,69} _{-2,17}	6,36 ^{+3,61} _{-2,24}	6,35 ^{+3,70} _{-2,17}
CSWA 150	19,49 ^{+0,14} _{-0,13}	17,72 ^{+0,13} _{-0,12}	16,85 ^{+0,13} _{-0,12}	16,37 ^{+0,12} _{-0,12}	22,57 ^{+0,12} _{-0,19}	22,25 ^{+0,12} _{-0,19}	22,03 ^{+0,13} _{-0,19}	22,07 ^{+0,15} _{-0,20}	4,38 ^{+0,47} _{-0,43}	4,38 ^{+0,47} _{-0,44}	4,39 ^{+0,47} _{-0,43}	4,38 ^{+0,47} _{-0,42}
CSWA 154	19,82 ^{+0,14} _{-0,14}	17,96 ^{+0,14} _{-0,12}	16,86 ^{+0,14} _{-0,12}	16,36 ^{+0,14} _{-0,11}	22,55 ^{+0,36} _{-0,32}	21,83 ^{+0,38} _{-0,34}	21,76 ^{+0,37} _{-0,33}	22,38 ^{+0,35} _{-0,36}	2,84 ^{+0,92} _{-0,57}	2,84 ^{+0,92} _{-0,57}	2,84 ^{+0,93} _{-0,57}	2,84 ^{+0,92} _{-0,57}
CSWA 157	21,19 ^{+0,14} _{-0,16}	19,27 ^{+0,12} _{-0,15}	18,17 ^{+0,11} _{-0,15}	17,76 ^{+0,12} _{-0,15}	23,53 ^{+0,28} _{-0,28}	23,23 ^{+0,29} _{-0,31}	23,08 ^{+0,27} _{-0,33}	23,46 ^{+0,32} _{-0,36}	5,99 ^{+1,11} _{-0,99}	6,00 ^{+1,08} _{-0,95}	6,10 ^{+1,11} _{-1,05}	5,96 ^{+1,17} _{-0,93}
CSWA 161	21,32 ^{+0,13} _{-0,11}	19,20 ^{+0,10} _{-0,10}	18,22 ^{+0,11} _{-0,10}	17,75 ^{+0,10} _{-0,10}	23,11 ^{+0,19} _{-0,20}	23,02 ^{+0,20} _{-0,21}	22,80 ^{+0,21} _{-0,19}	22,66 ^{+0,26} _{-0,23}	7,25 ^{+0,87} _{-0,97}	7,01 ^{+0,99} _{-0,86}	6,81 ^{+0,92} _{-0,83}	6,89 ^{+0,96} _{-0,90}
CSWA 162	20,90 ^{+0,15} _{-0,16}	19,15 ^{+0,14} _{-0,14}	18,18 ^{+0,13} _{-0,13}	17,60 ^{+0,13} _{-0,13}	23,96 ^{+0,41} _{-0,43}	22,79 ^{+0,38} _{-0,43}	22,45 ^{+0,39} _{-0,45}	22,43 ^{+0,42} _{-0,45}	6,63 ^{+2,30} _{-1,76}	6,64 ^{+2,23} _{-1,74}	6,64 ^{+2,28} _{-1,77}	6,65 ^{+2,23} _{-1,78}
CSWA 163	18,47 ^{+0,06} _{-0,06}	16,82 ^{+0,05} _{-0,05}	16,20 ^{+0,05} _{-0,05}	15,84 ^{+0,05} _{-0,05}	23,49 ^{+0,24} _{-0,30}	23,40 ^{+0,25} _{-0,31}	23,35 ^{+0,26} _{-0,30}	24,80 ^{+0,39} _{-0,47}	14,18 ^{+2,54} _{-2,46}	14,23 ^{+2,63} _{-2,52}	14,34 ^{+2,59} _{-2,59}	14,17 ^{+2,72} _{-2,49}
CSWA 164	19,83 ^{+0,19} _{-0,19}	18,14 ^{+0,18} _{-0,18}	17,37 ^{+0,18} _{-0,18}	16,96 ^{+0,18} _{-0,18}	22,75 ^{+0,55} _{-0,16}	22,63 ^{+0,56} _{-0,16}	22,62 ^{+0,59} _{-0,17}	22,65 ^{+0,62} _{-0,19}	16,50 ^{+10,75} _{-1,84}	16,49 ^{+10,84} _{-1,83}	16,49 ^{+10,67} _{-1,85}	16,50 ^{+10,74} _{-1,85}
CSWA 165	19,80 ^{+0,09} _{-0,11}	17,96 ^{+0,09} _{-0,10}	17,34 ^{+0,08} _{-0,10}	16,93 ^{+0,08} _{-0,10}	22,66 ^{+0,38} _{-0,41}	22,28 ^{+0,39} _{-0,42}	22,01 ^{+0,38} _{-0,42}	22,36 ^{+0,42} _{-0,46}	4,66 ^{+1,28} _{-1,05}	4,66 ^{+1,27} _{-1,06}	4,67 ^{+1,28} _{-1,08}	4,66 ^{+1,30} _{-1,07}

6. Podsumowanie

Rozprawa ta miała na celu przybliżenie różnych zastosowań zjawiska soczewkowania grawitacyjnego we współczesnej astrofizyce i kosmologii. W tym celu posłużono się danymi pochodzącymi z teoretycznej symulacji, ale również danymi obserwacyjnymi rzeczywistych obiektów. Ponieważ zagadnienie soczewkowania grawitacyjnego jest bardzo szerokie, nie było możliwości poruszenia wszystkich obecnie rozważanych aspektów. Skupiono się głównie na teoretycznych własnościach słabego soczewkowania, które mogą znaleźć zastosowanie w porównaniu z obserwacjami tego zjawiska. Zwrócono też uwagę na liczne zastosowania silnego soczewkowania. Przeprowadzona symulacja soczewkowanych supernowych wybuchających we Wszechświecie czy modelowanie układów silnego soczewkowania galaktyk przez galaktyki mogą znaleźć zastosowanie w pomiarach kosmologicznych, czy też w badaniu ewolucji galaktyk.

Symulacja kosmologiczna *Millennium* posłużyła najpierw do analizy słabego soczewkowania, w tym wyznaczania głównie składowej tangencjalnej ścinania dla różnych przesunięć ku czerwieni źródeł oraz soczewek, a także dla różnych mas halo ciemnej materii (rozdział 3). Pomiar kosmicznego ścinania będą w najbliższym czasie rozwijane w kolejnych przeglądach, obecnie już można znaleźć interesujące wyniki. Prezentowane przybliżenie Borna okazało się tylko częściowo słuszne z powodu narzuconej przez autorów symulacji *Millennium* dostępnej niskiej rozdzielczości danych. Najprawdopodobniej posiadając większą rozdzielczość, udałooby się uniknąć zaskakującego faktu rozgraniczenia wpływów pochodzących od wielkoskalowego tła i zwiralizowanych halo ciemnej materii. Niemniej mimo istnienia pewnych niedogodności udało się przedstawić kilka zależności pomiędzy maksimami ścinania, a położeniem źródeł oraz soczewek, a także masami tych ostatnich. Wyniki przeprowadzonych symulacji zostały umieszczone w kontekście prac innych autorów.

Symulacje silnego soczewkowania są możliwe do zrealizowania również przy użyciu danych pochodzących z *Millennium Simulation*. W rozdziale 4 wykorzystano je do wyznaczenia prawdopodobieństwa soczewkowania supernowych różnych typów. Zwiralizowane halo ciemnej materii posłużyły też jako silne soczewki grawitacyjne SIE, a wyznaczonego na podstawie przybliżenia Borna w rozdziale 3 ścinania użyto w celu dodania wkładu od zewnętrznego ścina-

nia do modelu soczewki. Rozkłady soczewkowanych supernowych zweryfikowano pod względem możliwości obserwacji takich zdarzeń w kilku przeglądach nieba (Stripe 82, Gaia, LSST). Pokazano też kosmologiczne zastosowanie soczewkowanych supernowych (typu Ia) poprzez umieszczenie ich na diagramie Hubble’a. Niemożliwe okazało się zweryfikowanie funkcji SFH na podstawie oczekiwanej liczby soczewkowanych supernowych typu Ia. Nie zabrakło też krótkiej refleksji na temat problemów związanych z obserwacjami takich zjawisk (w tym opóźnień i *blendingu*).

Ostatnia część (rozdział 5) miała na celu pokazanie możliwości analizy obserwowanych zjawisk silnego soczewkowania (galaktyk przez galaktyki). Korzystając z bazy danych SDSS i katalogu CASSOWARY, wybrano 18 układów, znakomitą większość z pojedynczą soczewką. Kilka układów było już wcześniej prezentowanych w literaturze, dlatego posłużyły one do zbadania możliwości prawidłowego modelowania soczewkowania grawitacyjnego z danych o niskiej rozdzielczości. Ponieważ wstępna analiza wypadła pomyślnie, algorytm zastosowano do innych układów. W ramach wyników przedstawiono dokładne informacje dotyczące poszczególnych parametrów każdego z modeli wraz z niepewnościami. Na podstawie tych parametrów wyznaczono jasność obserwowaną soczewek i źródeł oraz całkowite wzmocnienie w układzie. Na koniec zbadano kilka własności wymodelowanych układów, takich jak eliptyczność soczewki czy indeks Sérsica źródła. Zaskakujący i trudny do wyjaśnienia okazał się brak wprost proporcjonalnej zależności pomiędzy eliptycznością profilu masy a eliptycznością profilu jasności powierzchniowej soczewki. Można spodziewać się, że przy niskiej rozdzielczości dostępnych obrazów z przeglądu SDSS, dopasowania parametrów profilu jasności powierzchniowej soczewek i źródeł mogą nie być najlepszej jakości (o czym po części świadczą duże niepewności parametrów takich jak promień efektywny, stosunek pól, czy indeks Sérsica). Wyniki te zachęcają jednak do analizy większej liczby takich układów, a także zastosowanie ich do innych badań.

Większość wyników zaprezentowanych w rozdziałach 3 i 4 przedstawiono również w pracach:

„Limited Approach to Ray Tracing through the Millennium Simulation: Tangential Shear and Its Peaks”, 2010, M. Jaroszyński & Z. Kostrzewa, *AcA*, 60, 41

„On rates of supernovae strongly lensed by galactic haloes in Millennium Simulation”, 2013, Z. Kostrzewa-Rutkowska, Ł. Wyrzykowski & M. Jaroszyński, *MNRAS*, 429, 2392

PODZIĘKOWANIA

Przed wszystkim dziękuję mojemu promotorowi dr. hab. Łukaszowi Wyrzykowskiemu za wsparcie i pomoc przy pisaniu tej rozprawy.

Szczególne podziękowania należą się także prof. Michałowi Jaroszyńskiemu za okazaną pomoc, wskazówki i poświęcony mi czas w trakcie studiów doktoranckich.

Dziękuję prof. Michałowi Szymańskiemu za udzielenie mocy obliczeniowych oraz pracownikom Obserwatorium za wszelką pomoc.

Za pomoc w badaniach opisanych w rozdziale 4 dziękuję dr. Vasilyemu Belokurovowi, dr. Mattowi Augerowi z Uniwersytetu w Cambridge oraz dr. Philowi Marshallowi z Uniwersytetu w Oxfordzie. Natomiast za udostępnienie danych potrzebnych do rozdziału 5 i nieocenioną pomoc w ich analizie dziękuję dr. Vasilyemu Belokurovowi, dr. Mattowi Augerowi oraz Tomowi Collettowi z Uniwersytetu w Cambridge.

Dziękuję też M.

Badania opisane w tej rozprawie były współfinansowane przez granty: N N203 581540 (rozdział 4) oraz 2011/01/N/ST9/03069 (rozdział 5).

A. Przygotowanie funkcji PSF oraz szumu

W dodatku tym zostanie opisana bardziej szczegółowo procedura tworzenia funkcji PSF oraz obliczania szumu na zdjęciach pochodzących z katalogu SDSS.

W rozdziale 5 pojawiła się konieczność wyznaczenia profilu PSF. Profil ten został obliczony na podstawie empirycznych wartości z bazy danych SDSS (parametr `mRrCcPSF` odpowiadający za rozmiar oraz parametry `mE1PSF` i `mE2PSF` wskazujące na eliptyczność profilu). Dla uproszczenia zapisu zostaną wprowadzone oznaczenia: $S_x = 0,5 \cdot \text{mRrCcPSF} \cdot (1 + \text{mE1PSF})$, $S_y = 0,5 \cdot \text{mRrCcPSF} \cdot (1 - \text{mE1PSF})$, $S_{xy} = 0,5 \cdot \text{mRrCcPSF} \cdot \text{mE2PSF}$. Profil PSF został opisany rozkładem normalnym z wartością $\text{FWHM} = 2,355 \cdot (S_x S_y)^{1/4}$, oddzielną dla każdego filtra. Funkcję PSF można zapisać analitycznie dla każdego punktu (x, y) za pomocą poniższego wzoru:

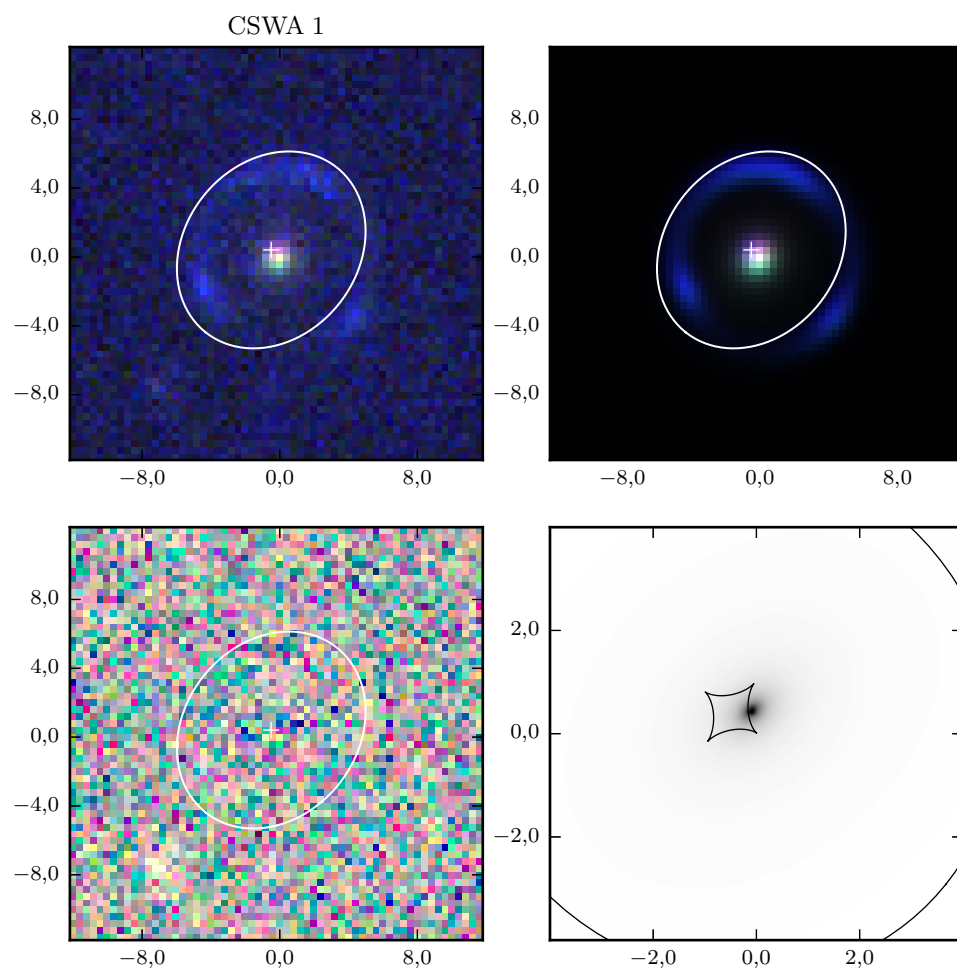
$$\text{PSF}(x, y) = \exp(-0,5 \cdot (x/S_x + y/S_y - 2S_x S_y \cdot xy/S_{xy})).$$

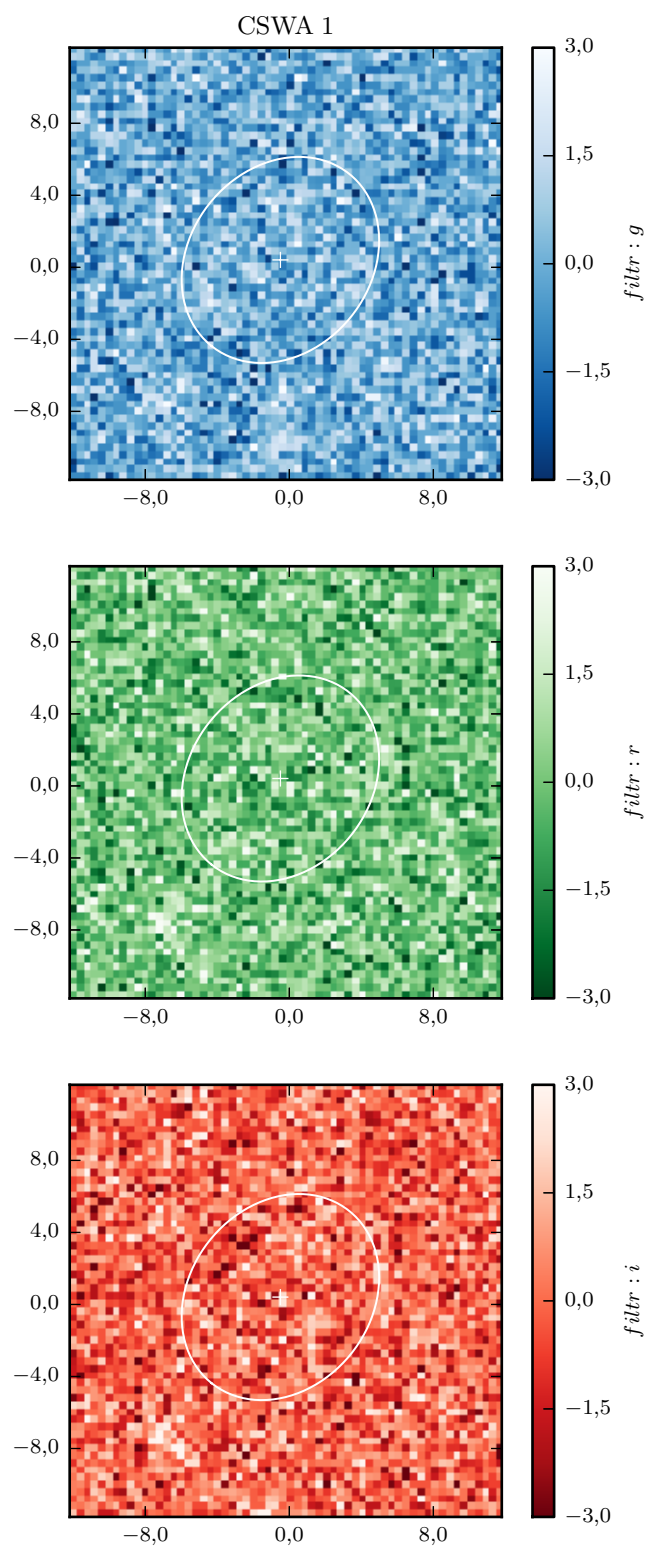
Funkcję PSF obliczono na siatce o rozmiarze $\text{int}(2,5 \cdot \text{FWHM}) \cdot 2 \times \text{int}(2,5 \cdot \text{FWHM}) \cdot 2$. Ostatnim niezbędnym krokiem było znormalizowanie powyższej funkcji $\text{PSF}(x, y)$.

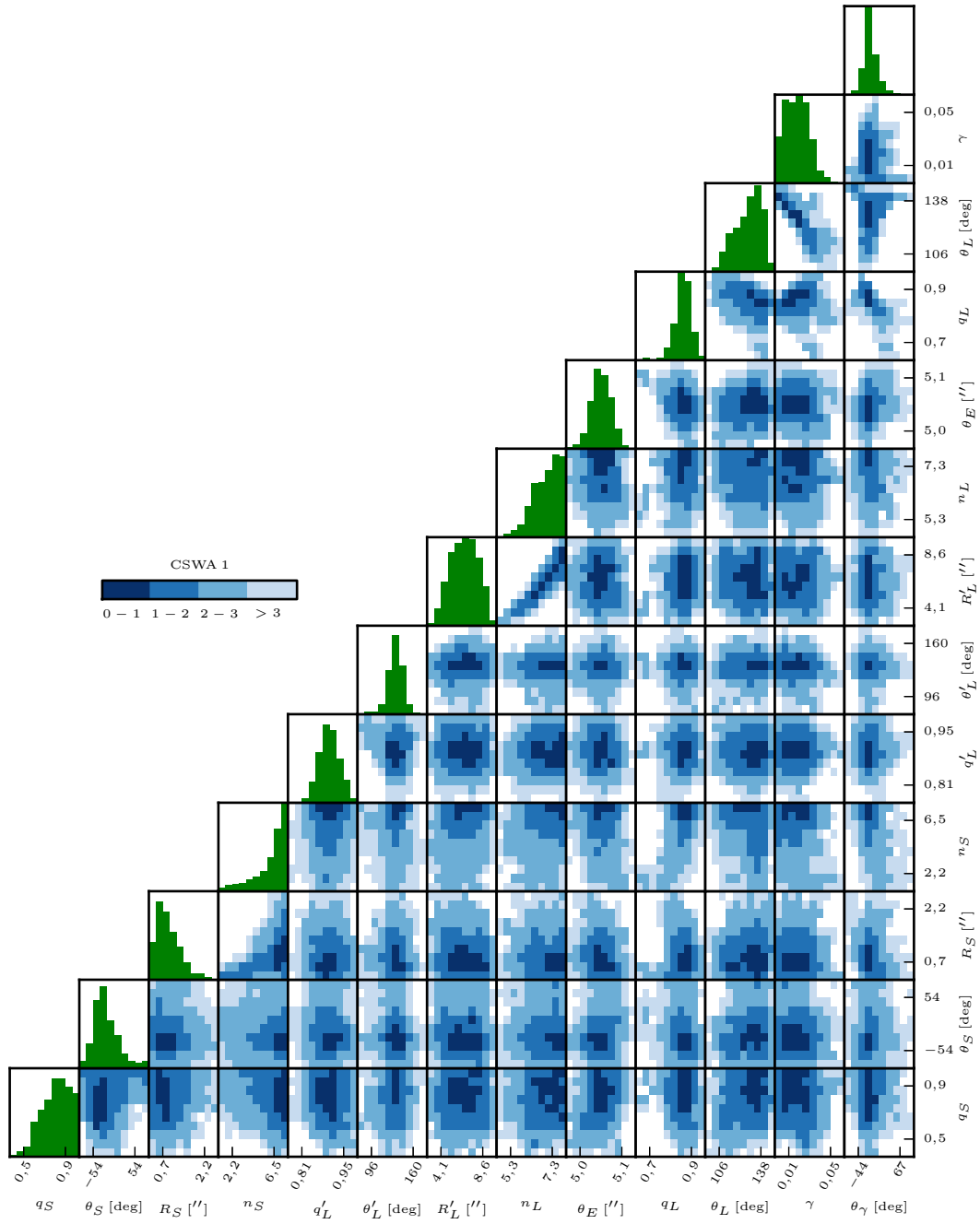
Natomiast w celu określenia poziomu szumu najpierw skorzystano z dużego fragmentu zdjęcia i obliczono wariancję pikseli σ_{noise} w tej części. Następnie na wyciętym obszarze z soczewką szukano tych pikseli, które wystawały ponad $1,2\sigma_{noise}$, i w tych pikselach obliczano szum Poissona pochodzący od źródeł astrofizycznych. Korzystając z parametrów `gain` dla każdego z filtrów, wariancję w tych pikselach obliczono jako $\sigma_{noise}^2 + d/\text{gain}$, gdzie jako d oznaczono wartość zliczeń w danym pikselu. W pozostałym pikselach (czyli tam gdzie wartość jest mniejsza bądź równa $1,2\sigma_{noise}$) przyjęto jako wariancję wartość σ_{noise}^2 . Opisana procedura była wykonana przy założeniu, że nie istnieje żadna zależność pomiędzy sąsiednimi pikselami.

B. Modele CSWA

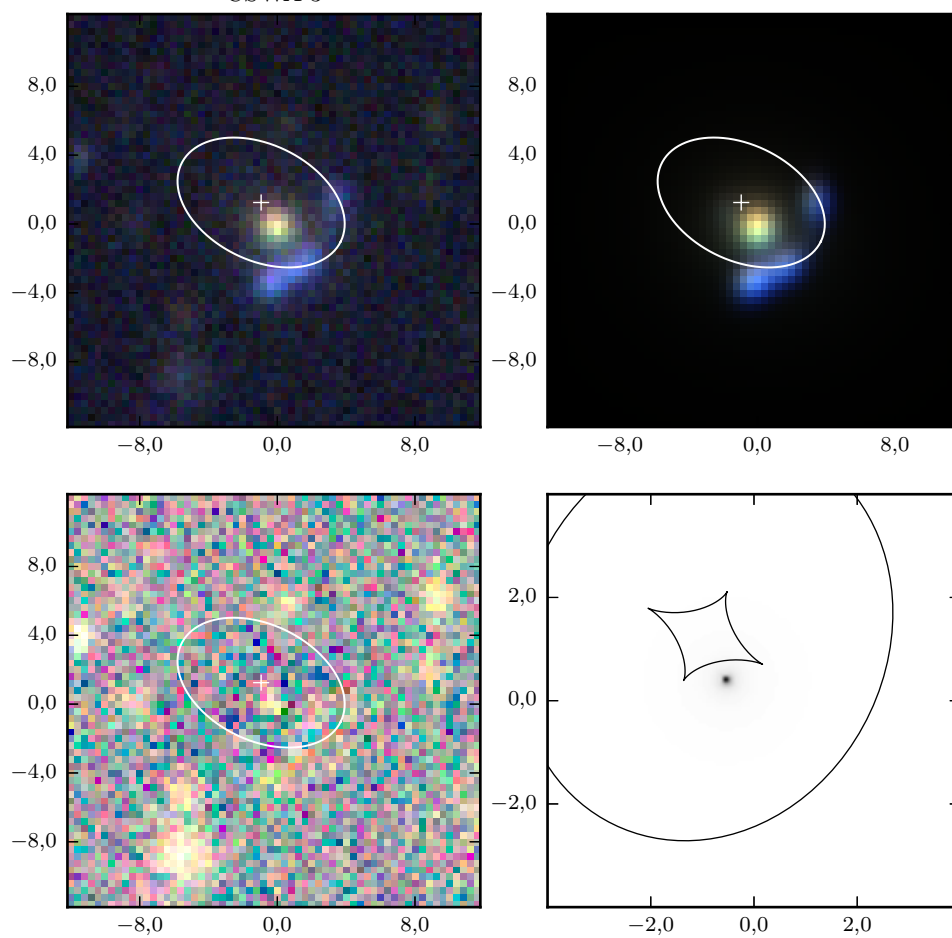
W dodatku zostaną zaprezentowane wszystkie modele badanych układów soczewek grawitacyjnych (z wyjątkiem układu CSWA 21 przytoczonego w tekście). Każdy rysunek zawiera złożony z trzech filtrów (g , r , i) oryginalny obraz z bazy SDSS, otrzymany najlepiej pasujący model, residua oraz obraz źródła. Dla rysunków w płaszczyźnie soczewki zaprezentowano krzywą krytyczną i znaleziony środek układu. W płaszczyźnie źródła zaznaczono natomiast kaustykę. Następnie prezentowane są residua w stosunku do szumu w jednostkach σ_{noise} . Te mapy pokazano w trzech filtrach (g , r , i) oddzielnie, aby wskazać ewentualne różnice w jakości dopasowań pomiędzy filtrami. Osie wyskalowane zostały w jednostkach sekund łuku. W powyższych rysunkach użyto wyników pochodzących z pierwszej optymalizacji. Dla każdego układu przedstawiono również histogramy prawdopodobieństwa występowania najważniejszych z dopasowywanych parametrów oraz korelacje pomiędzy nimi. Korelacje zaznaczono według skali: ($0-1\sigma$, $1-2\sigma$, $2-3\sigma$, $>3\sigma$), gdzie σ dla danego przedziału dwuwymiarowego histogramu, cytując za Skowron i in. (2011), wyraża się wzorem: $\sigma = \sqrt{2 \log(L_{max}/L_{ij})}$, L_{max} – największa liczba zliczeń na danym histogramie, L_{ij} – liczba zliczeń w danym przedziale ($i; j$). Do wyrysowania histogramów użyto wartości otrzymanych w próbkowaniu MCMC (po 1000 ostatnich kroków z 200 łańcuchów, razem 200 000 wartości dla każdego z parametrów).

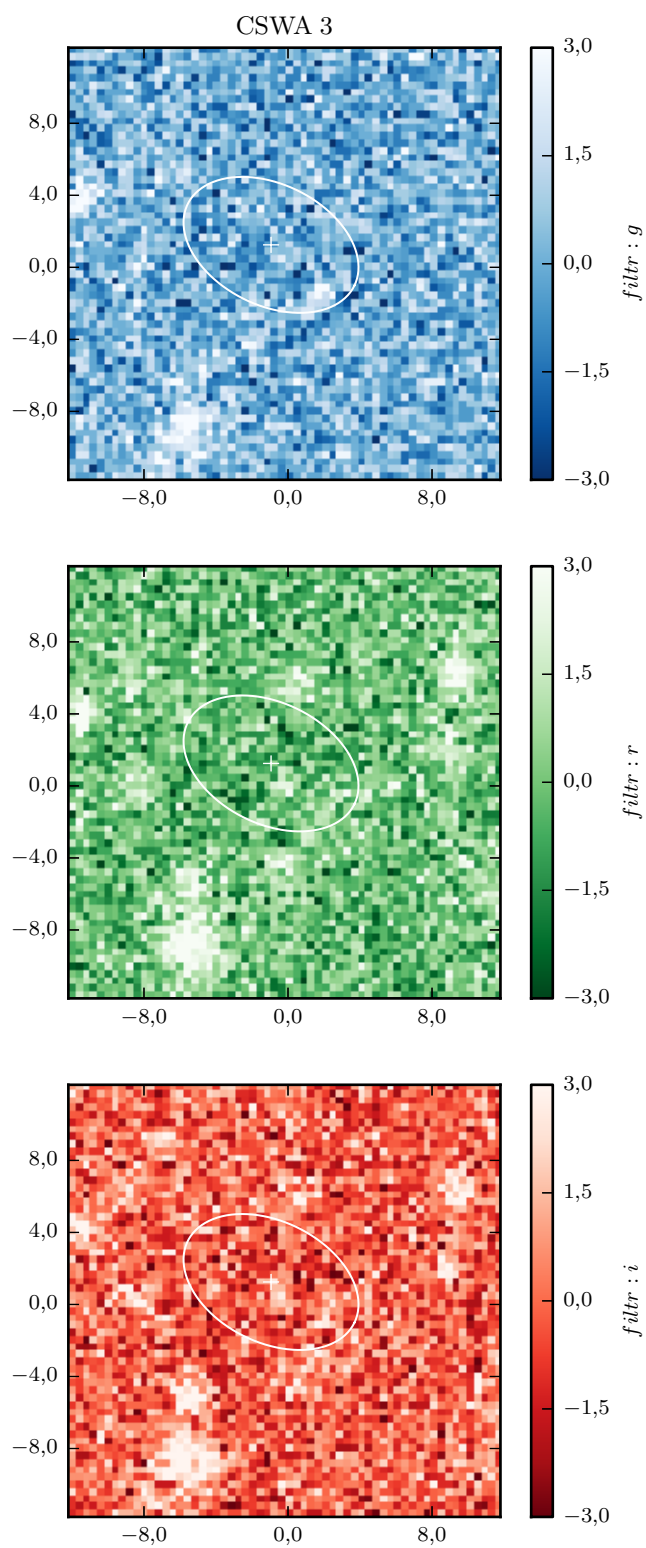


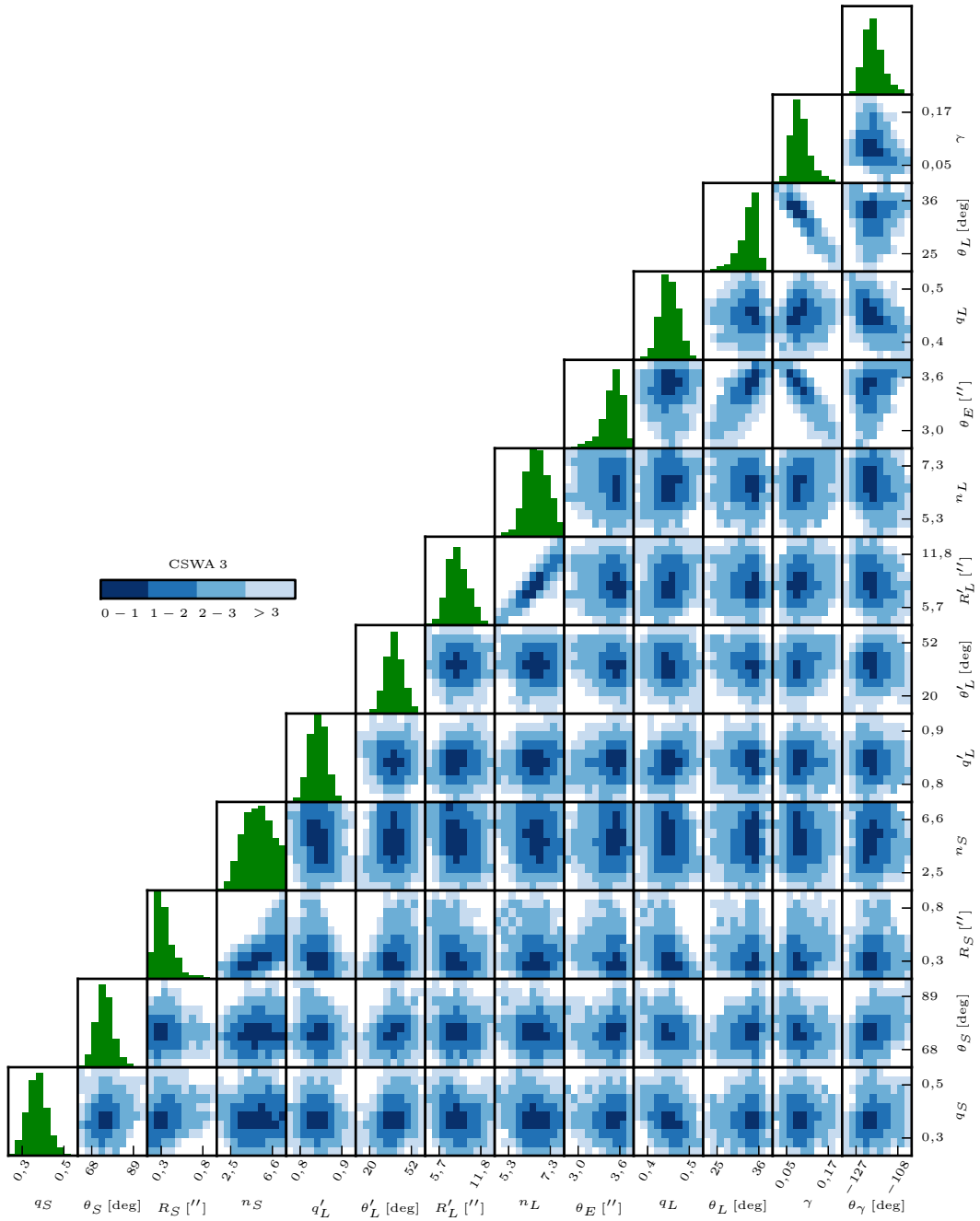


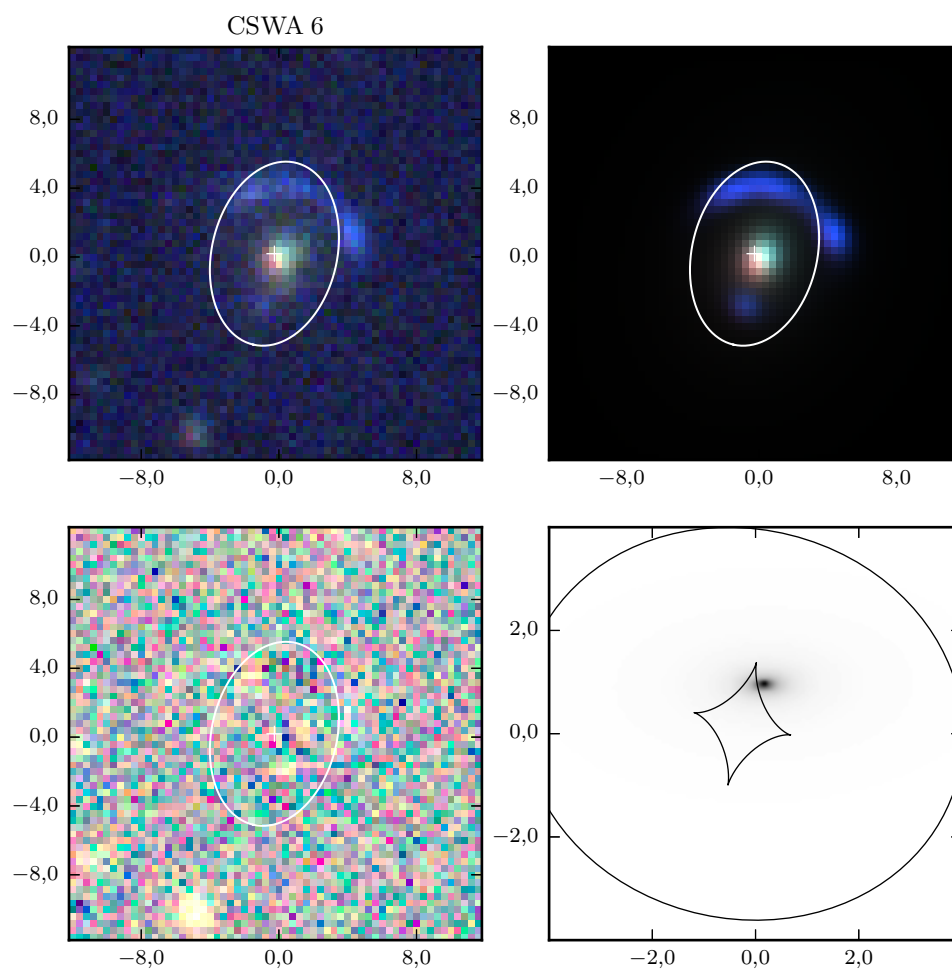


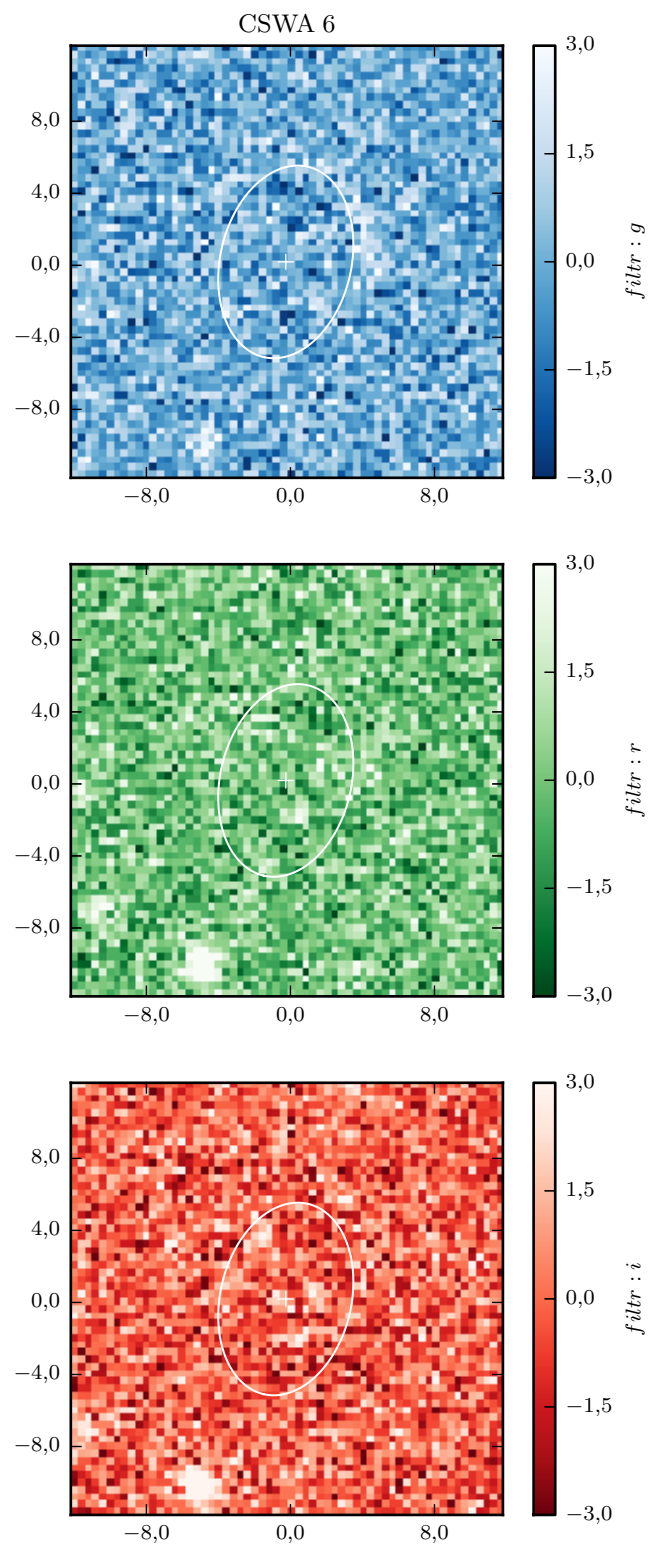
CSWA 3

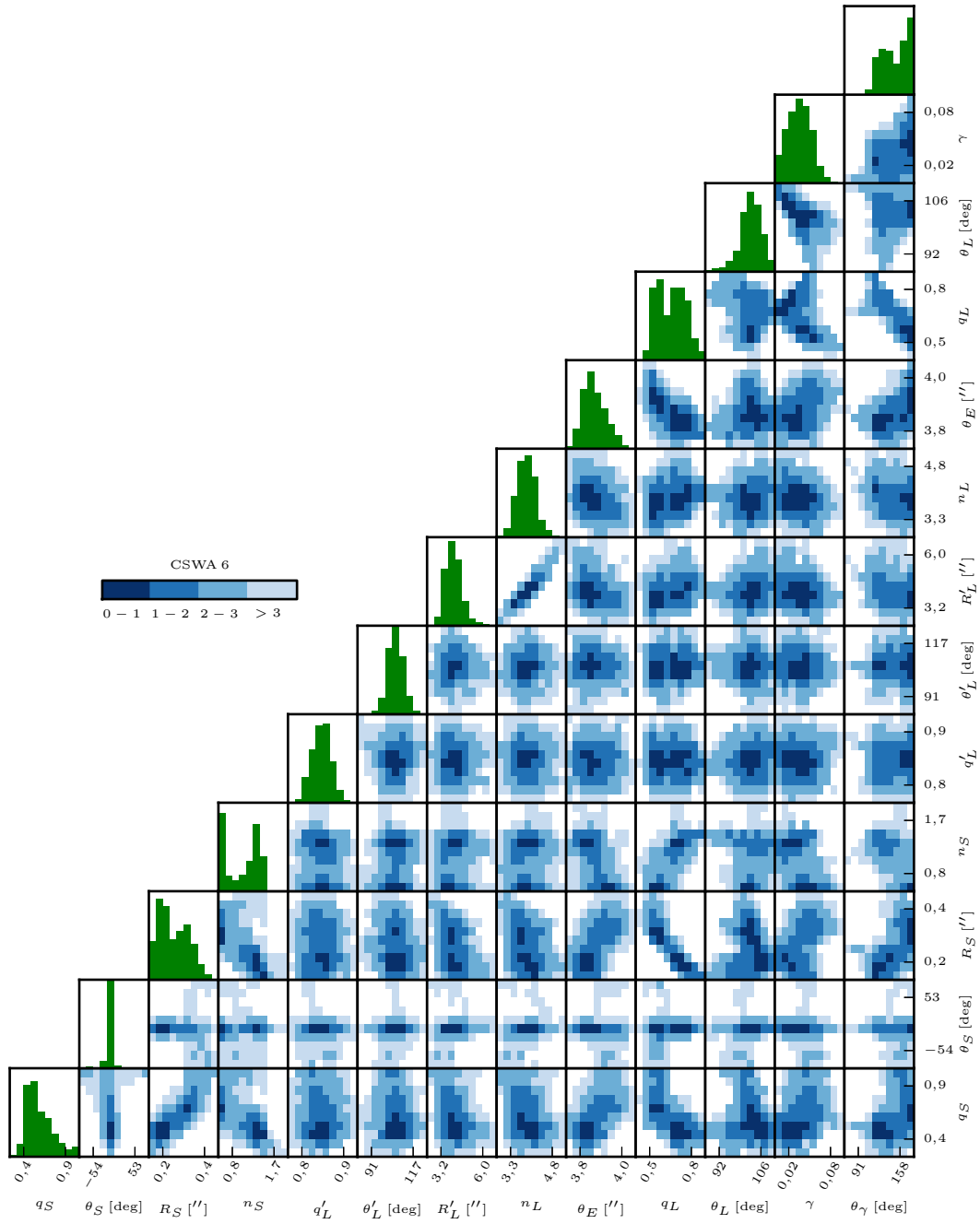




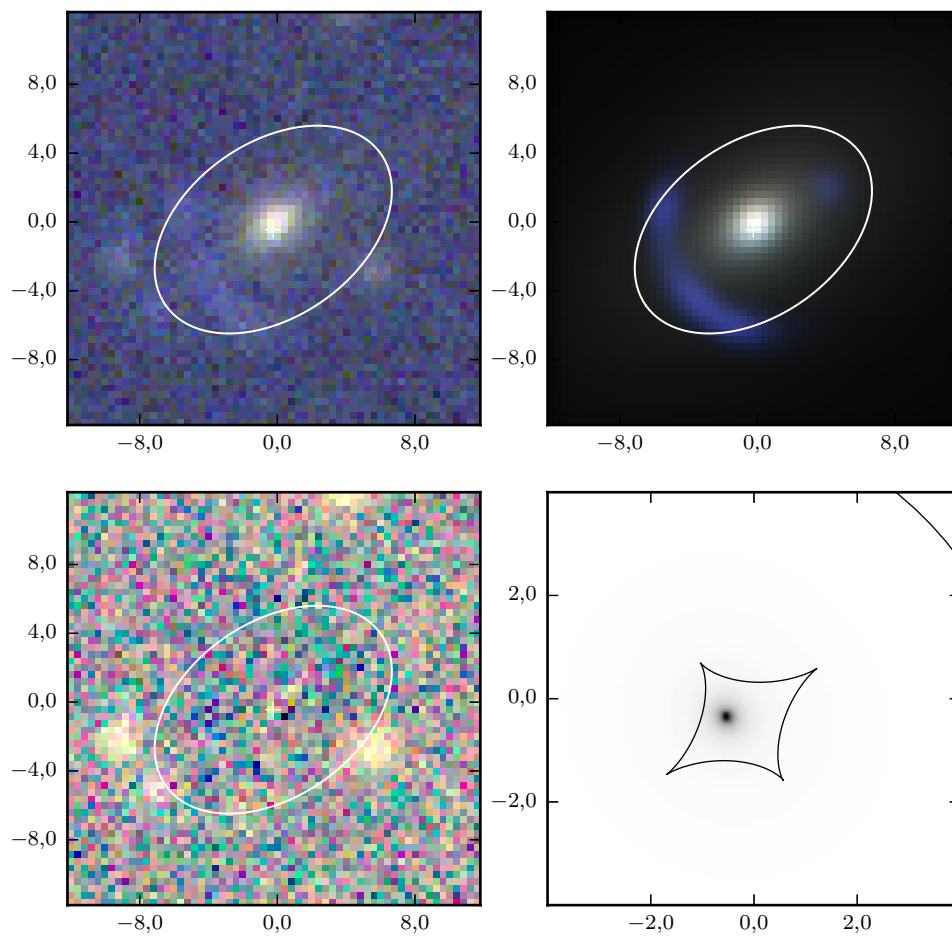


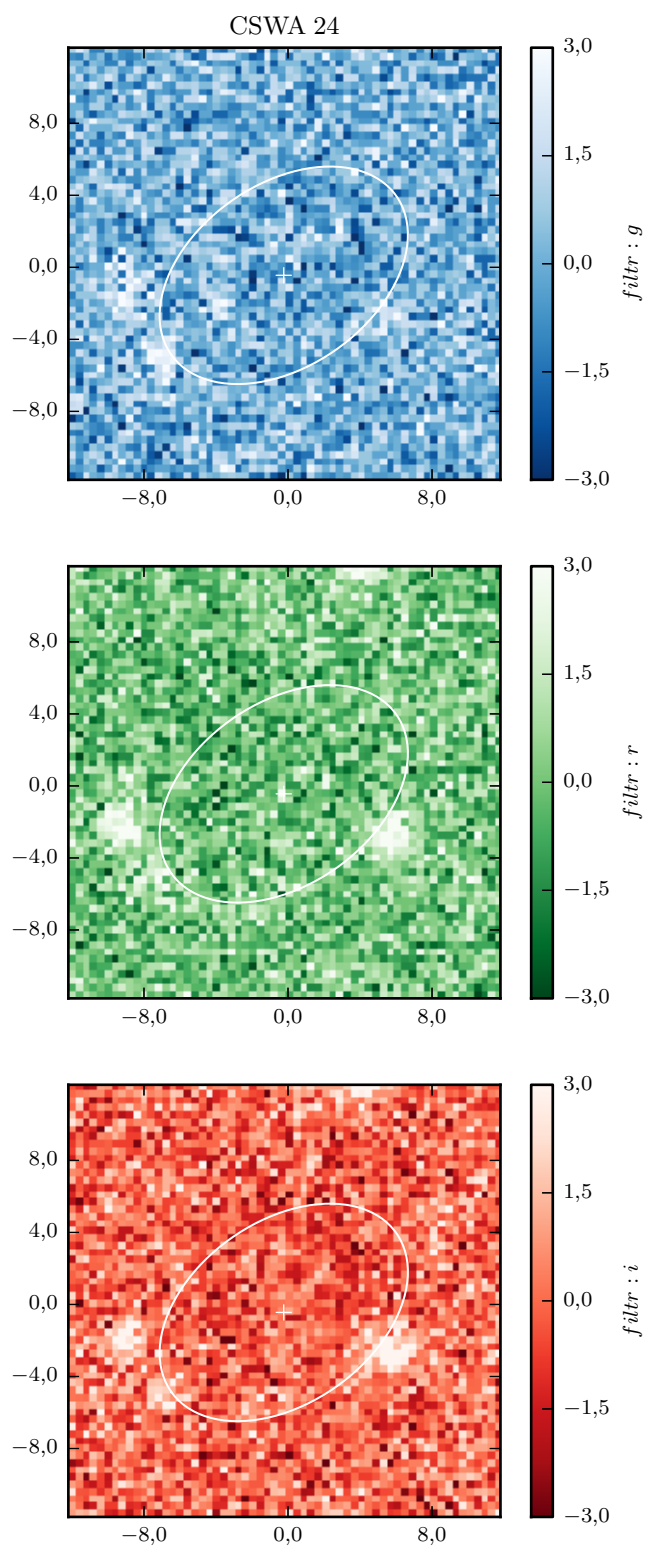


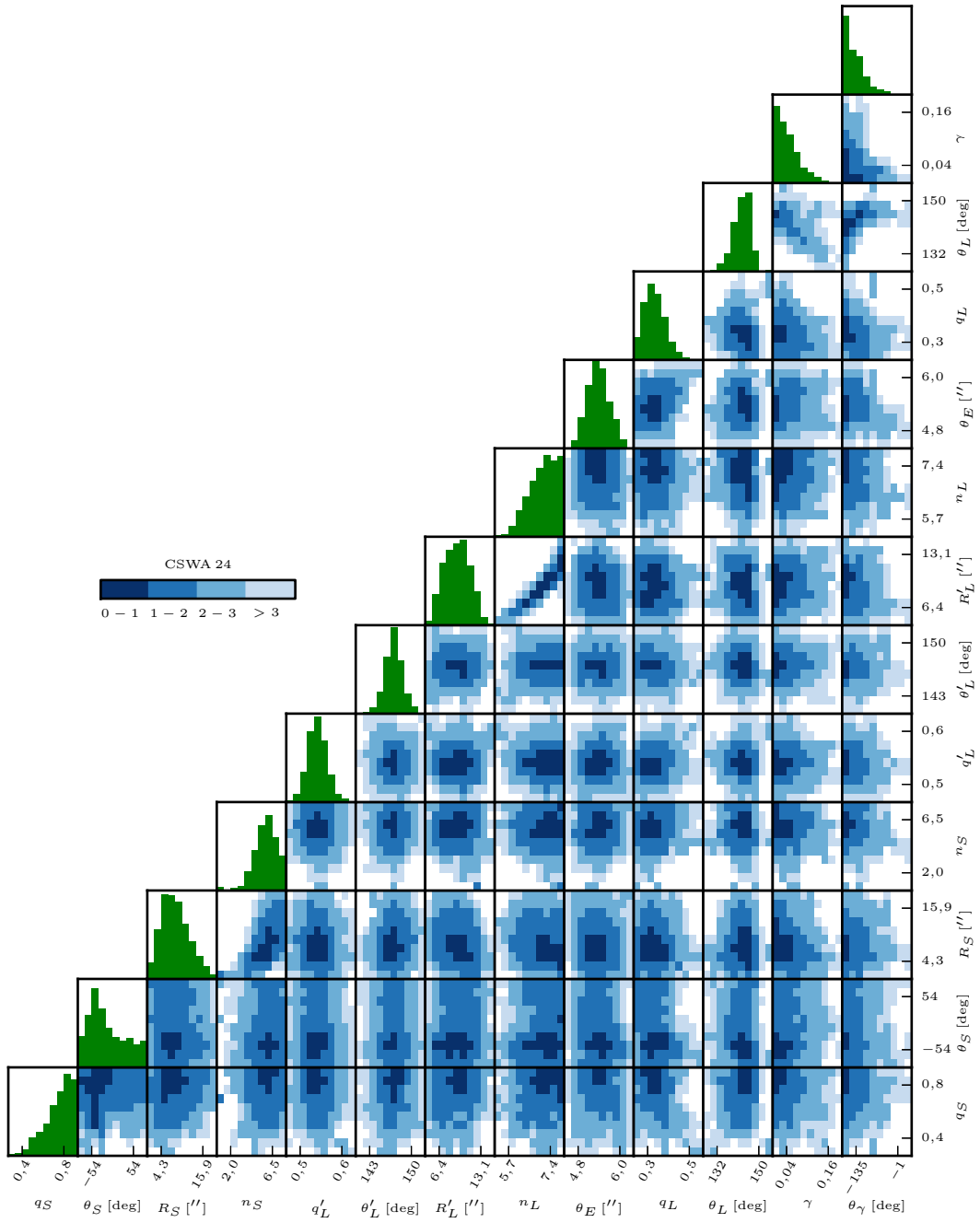


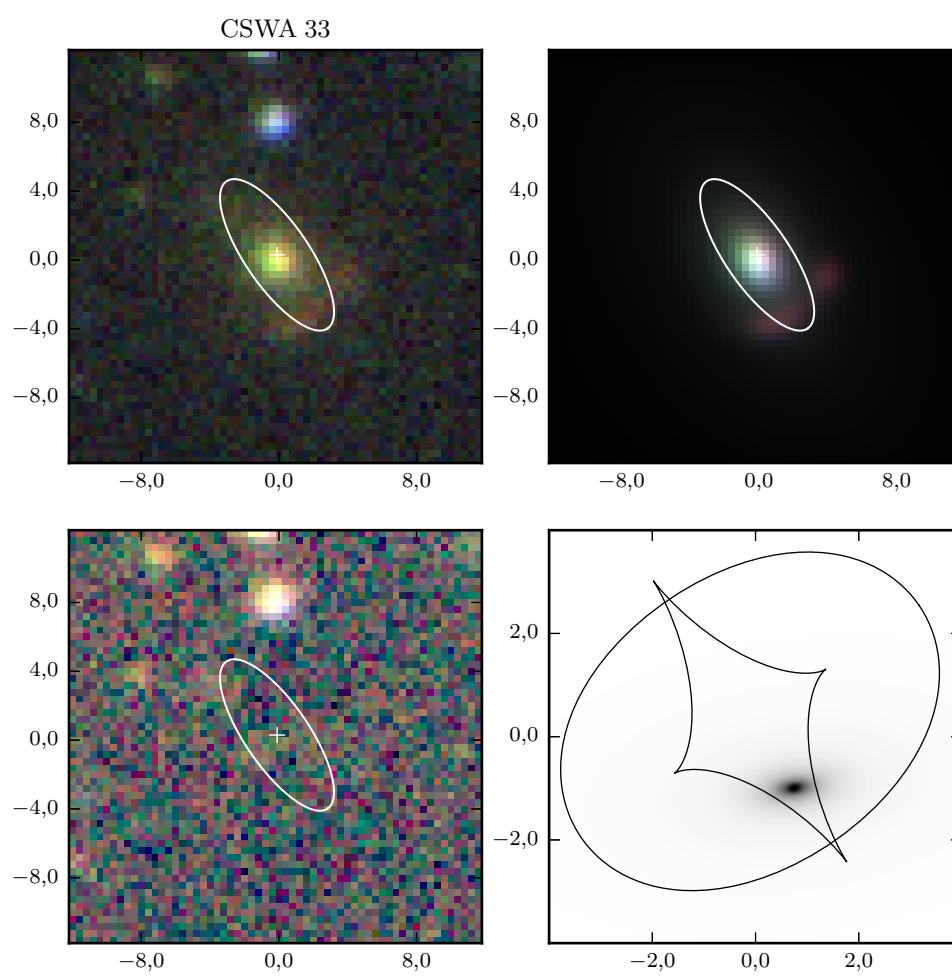


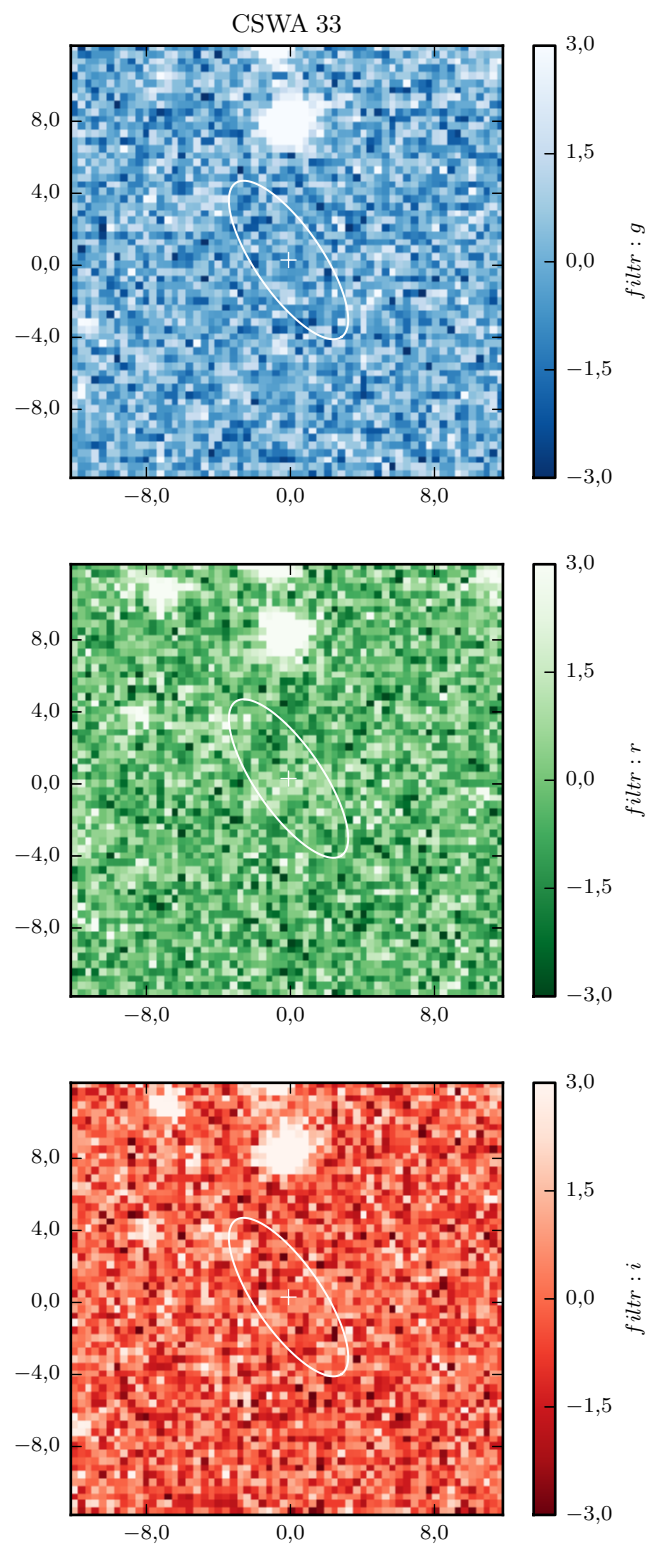
CSWA 24

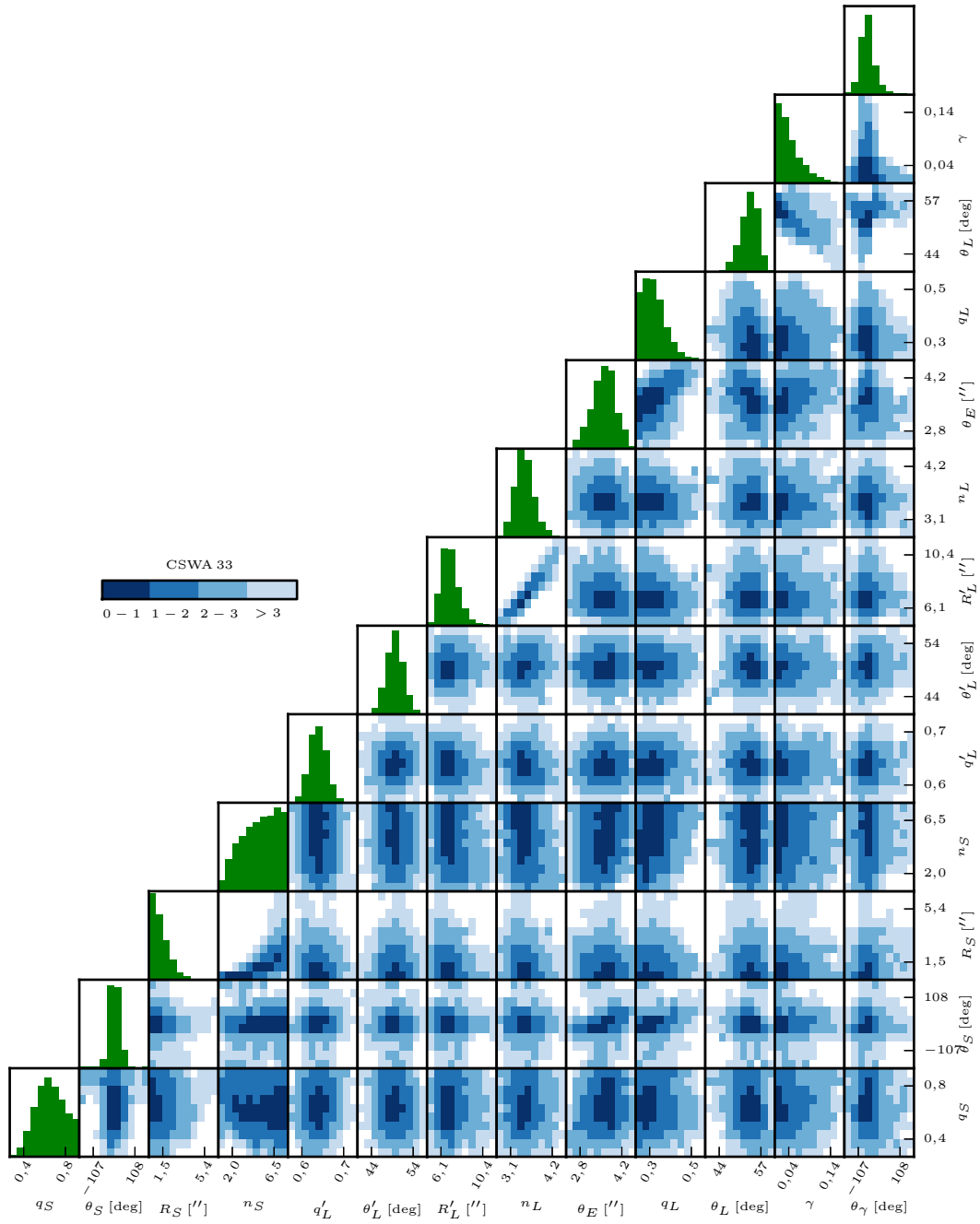




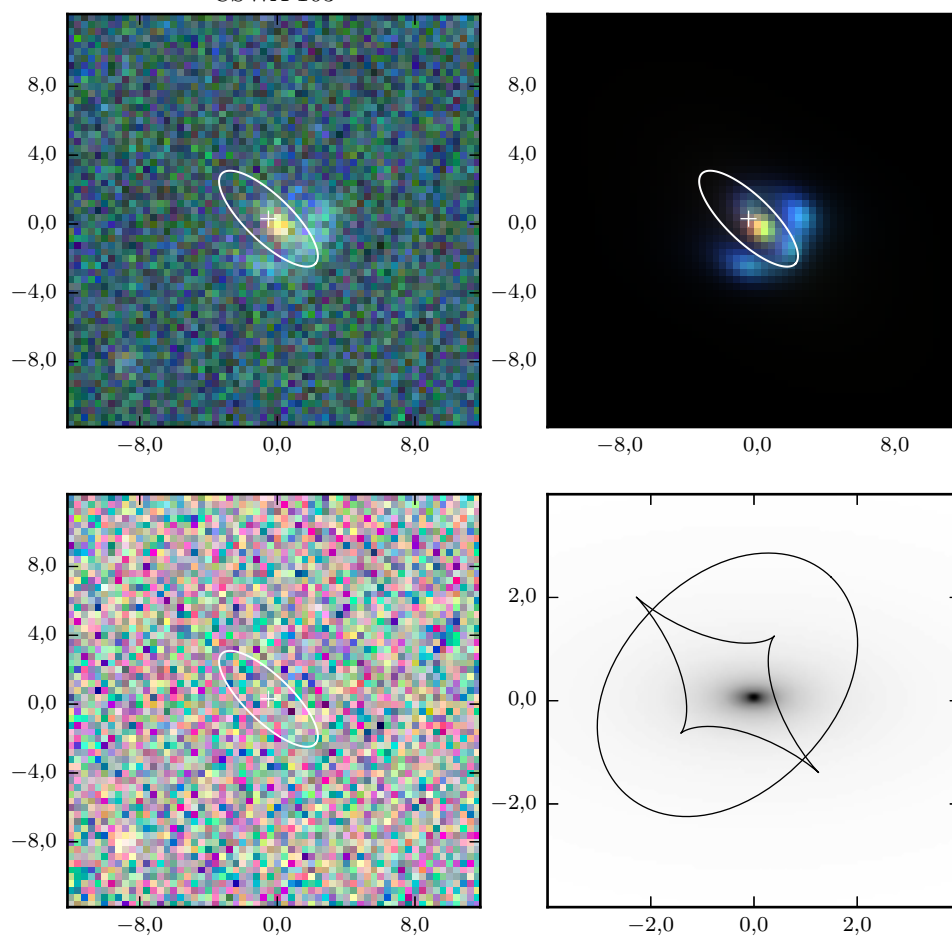


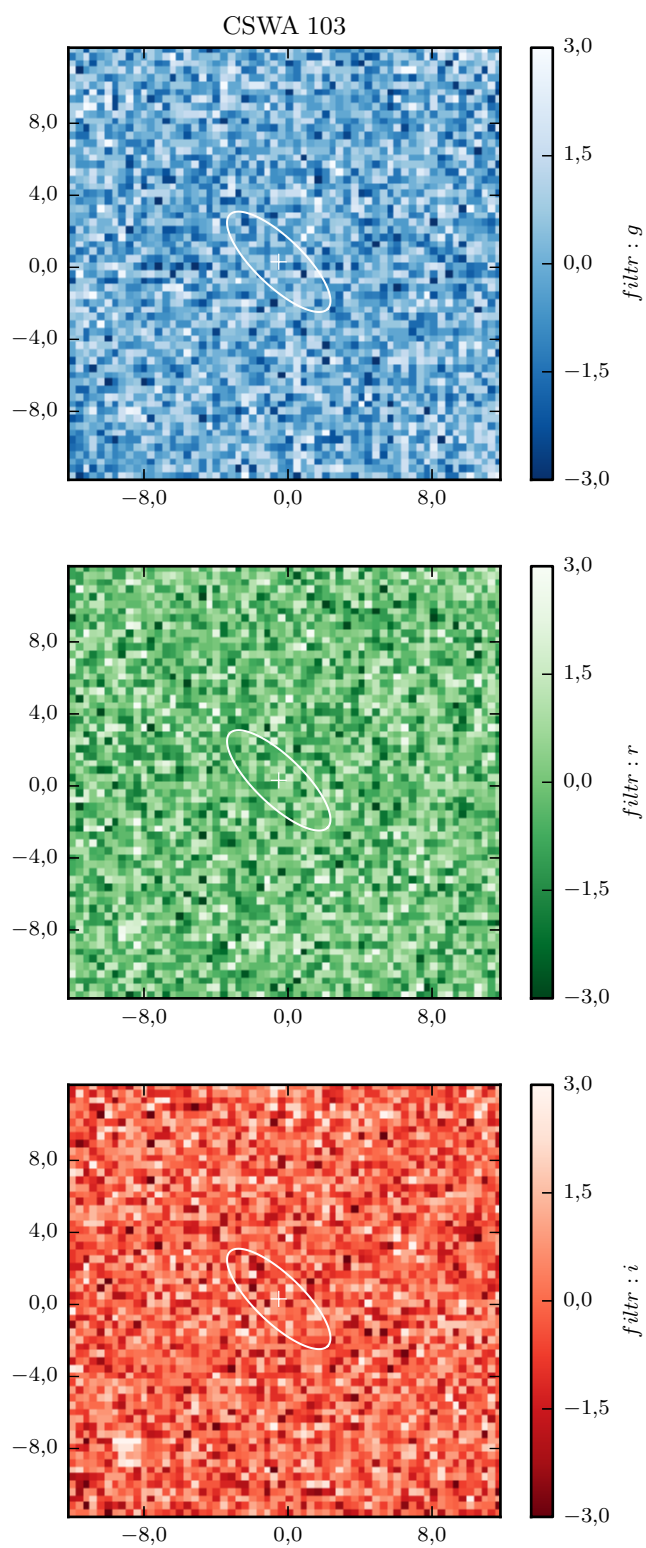


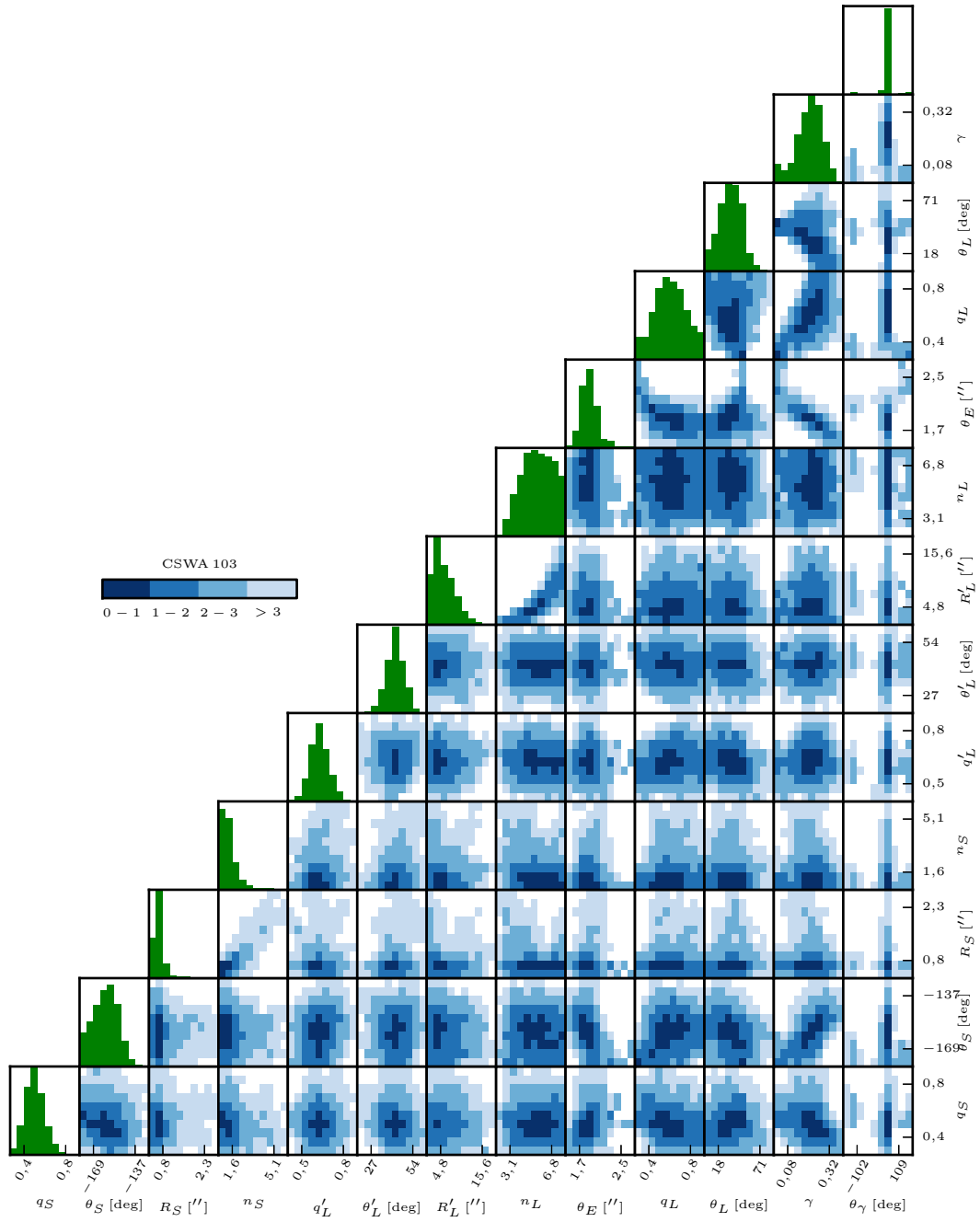


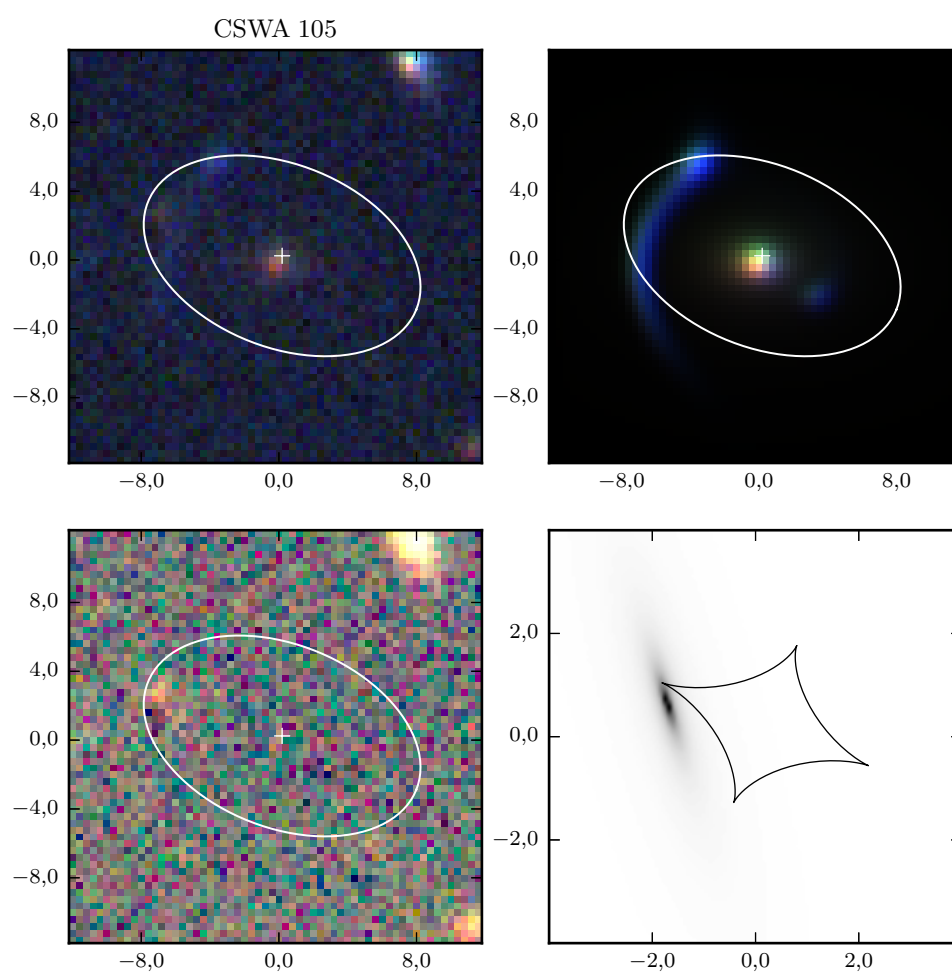


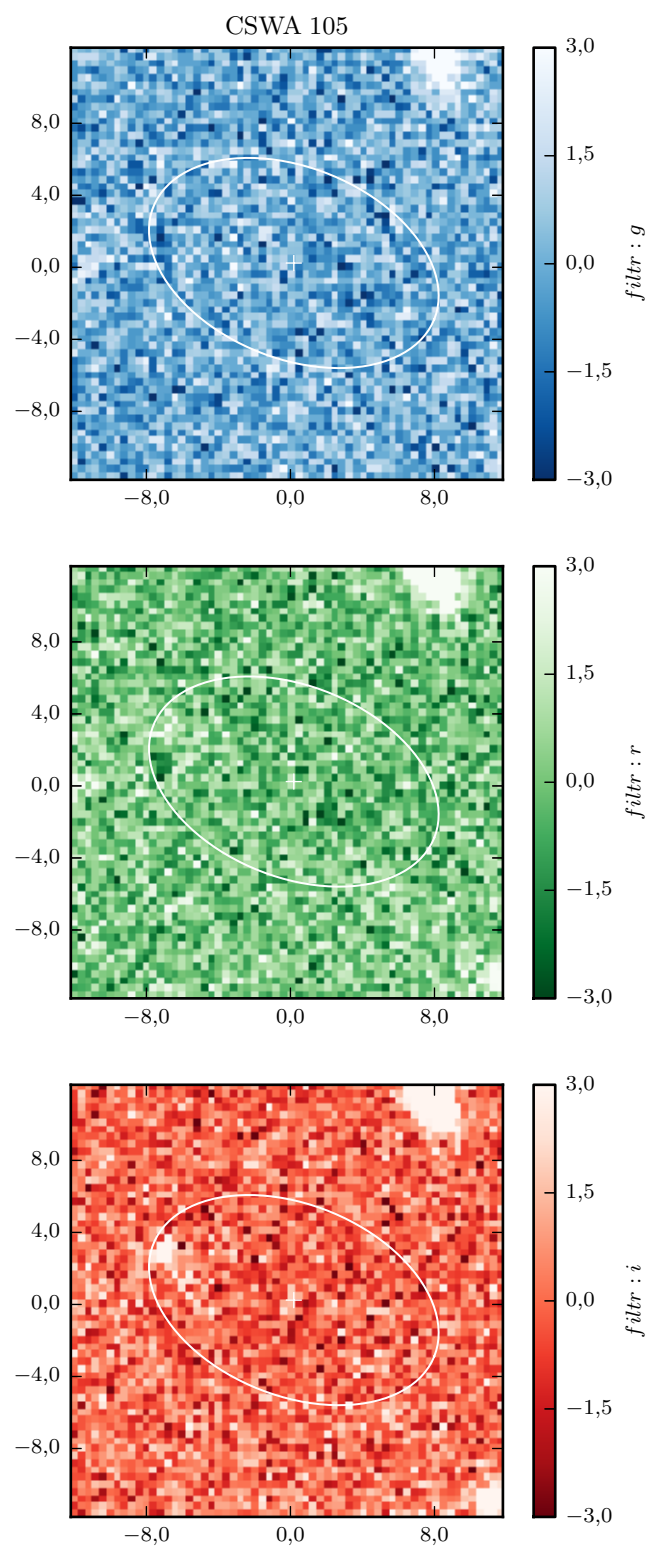
CSWA 103

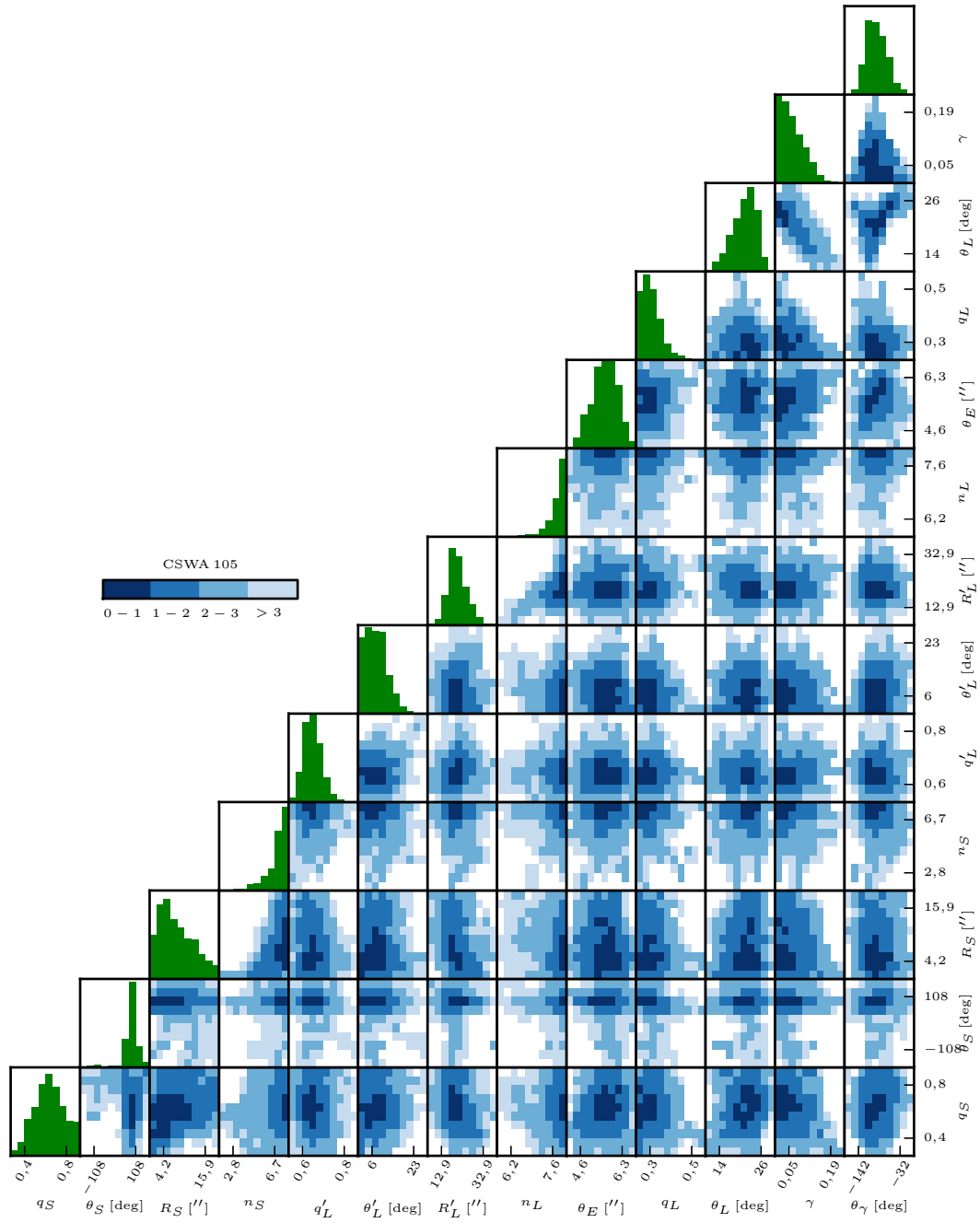


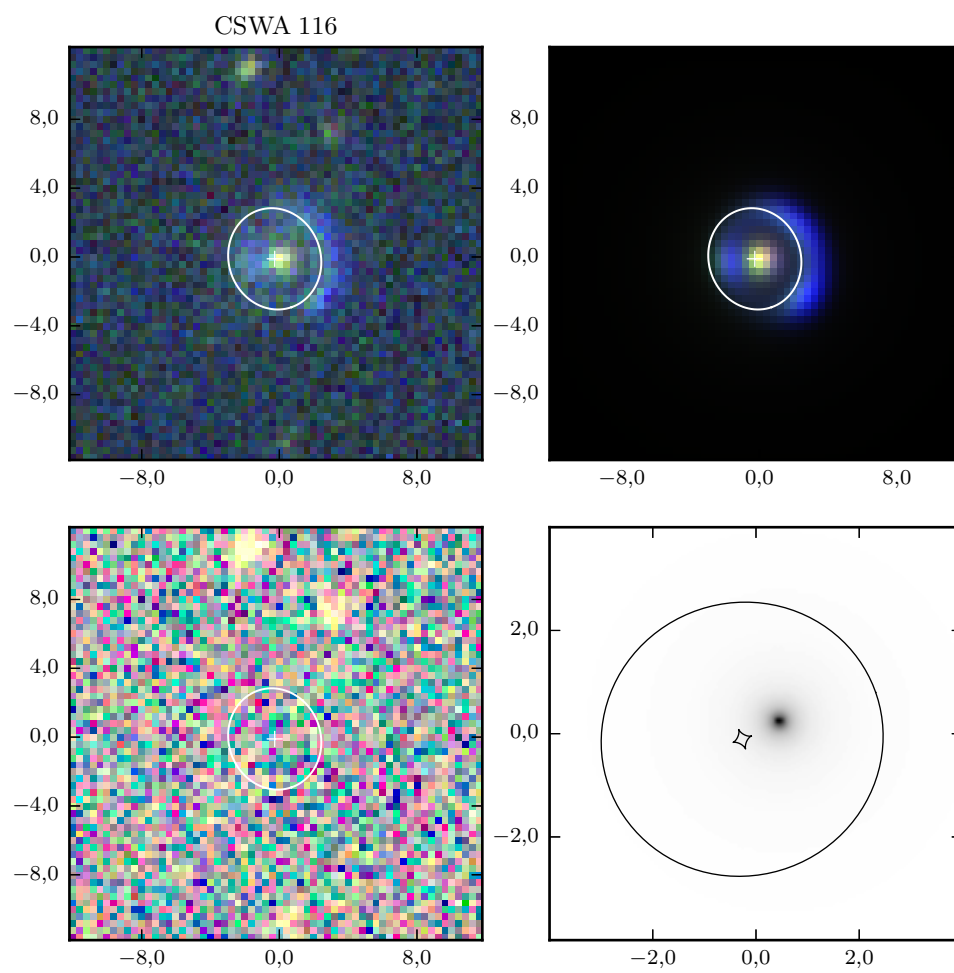


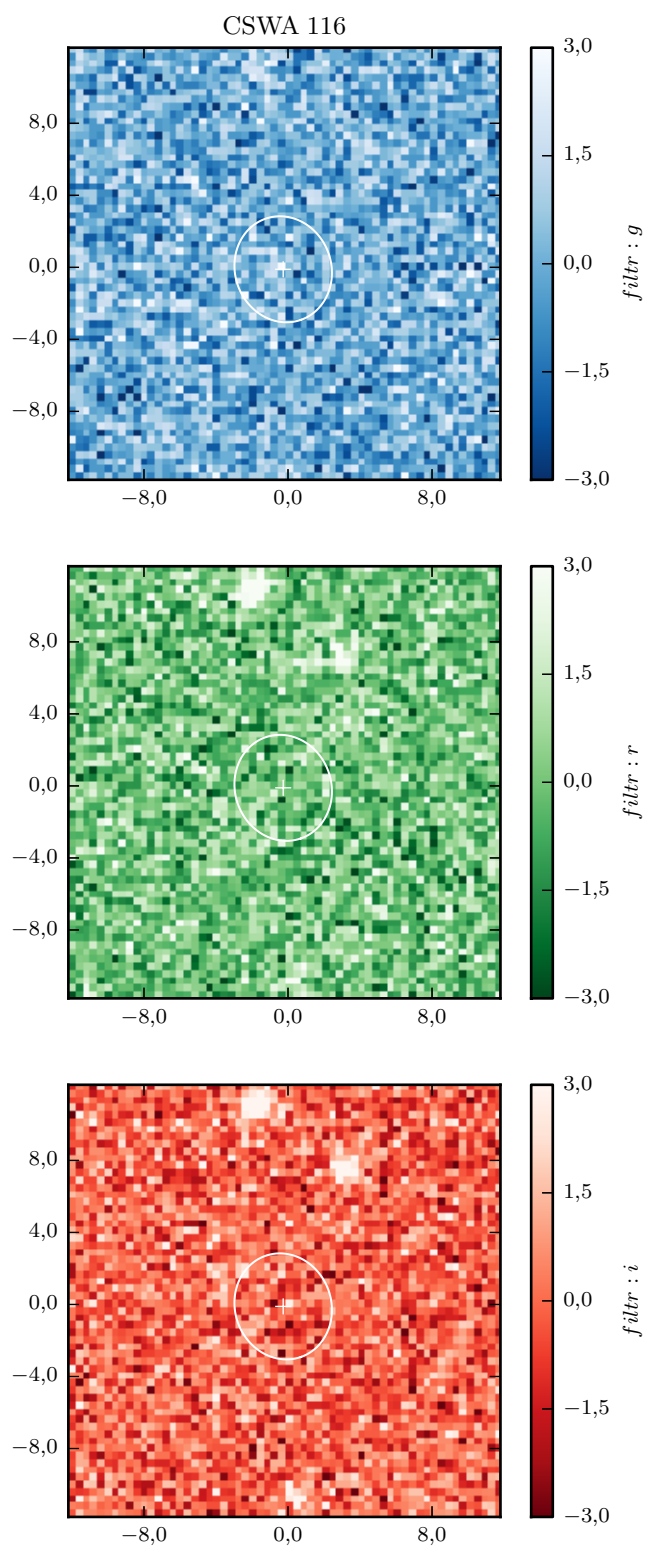


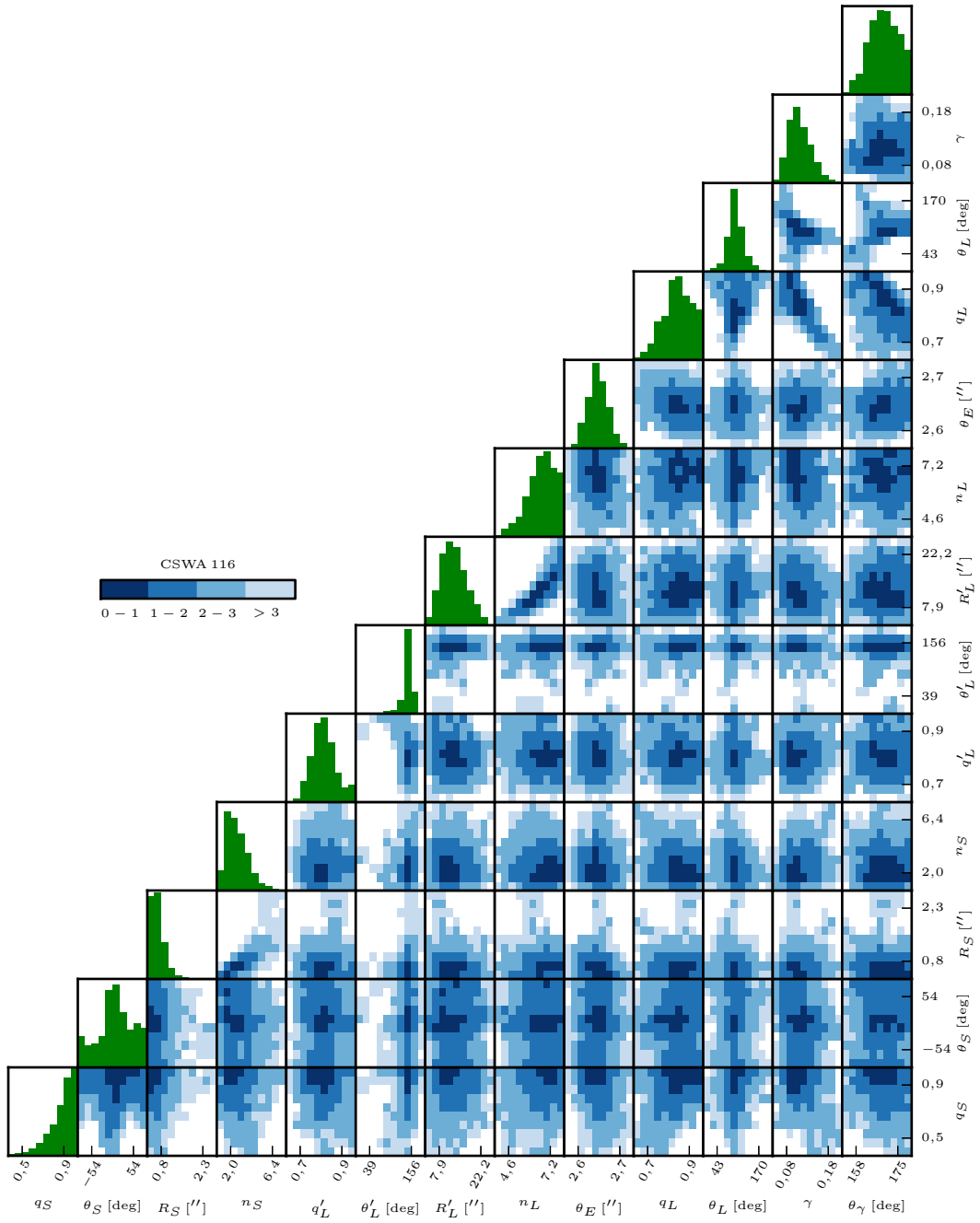


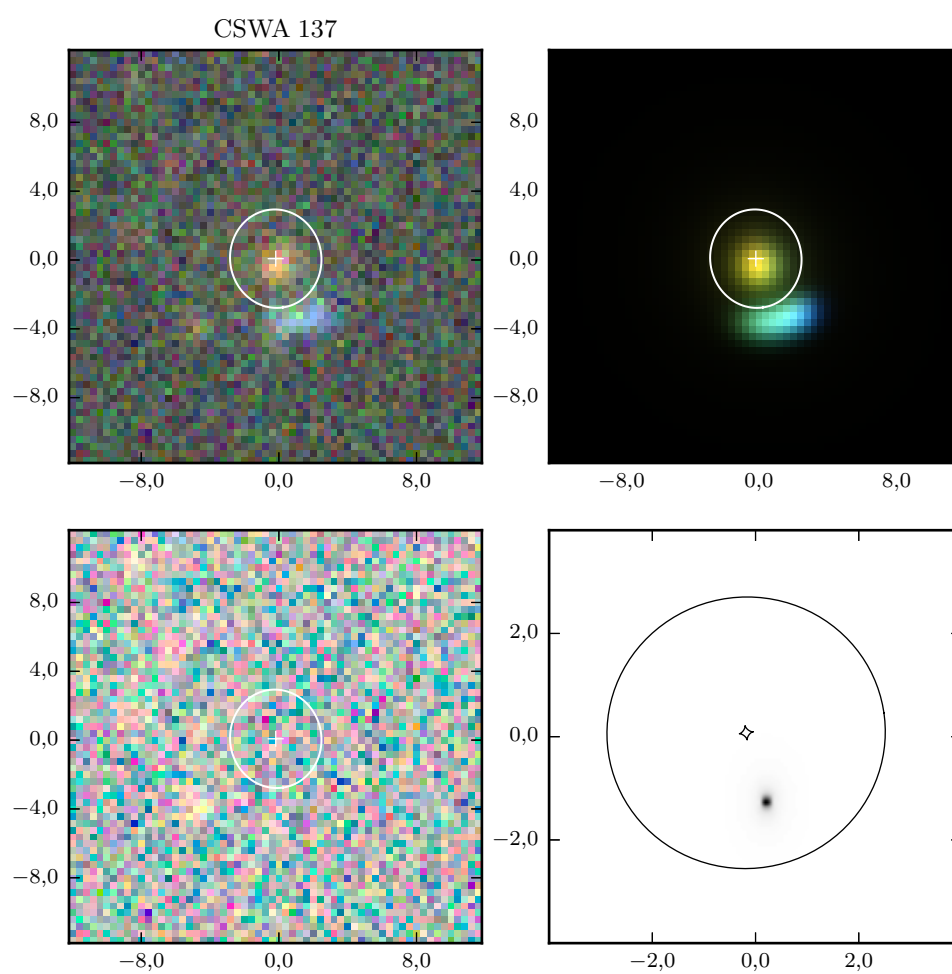


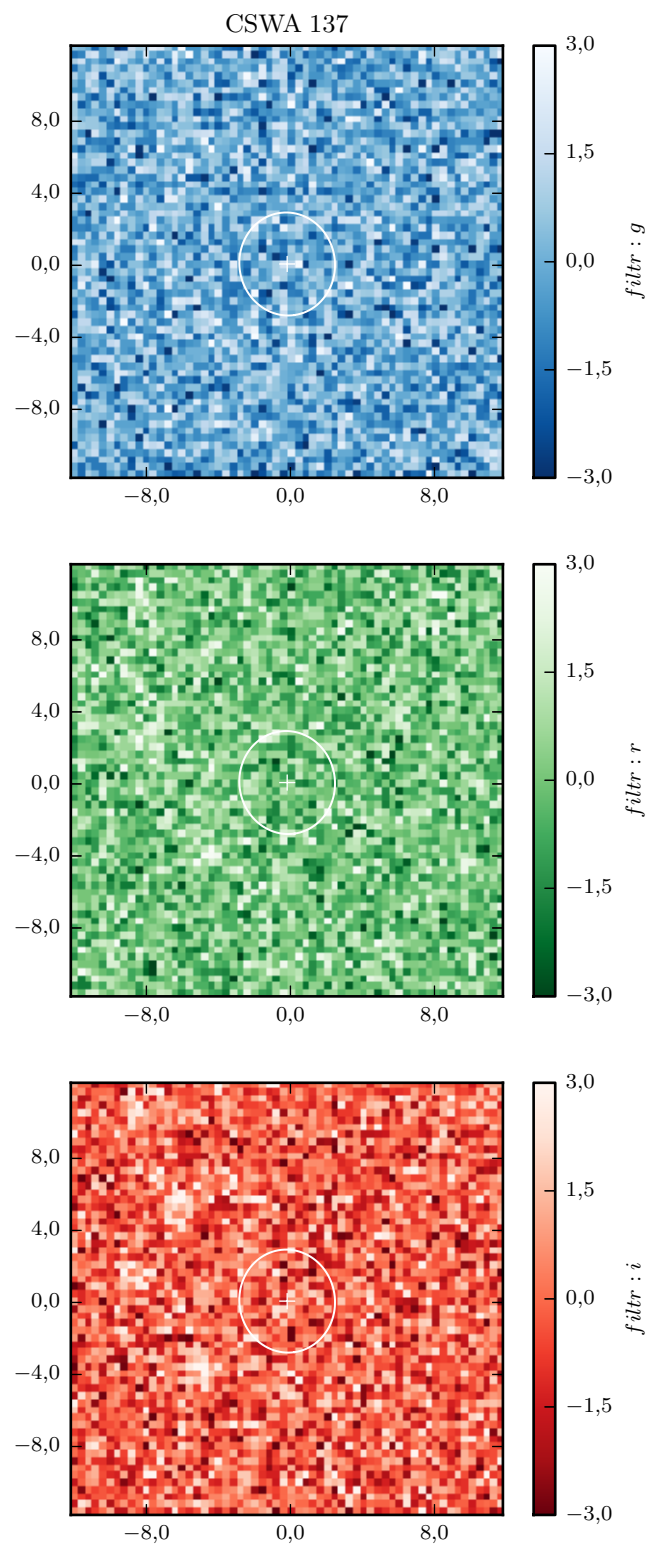


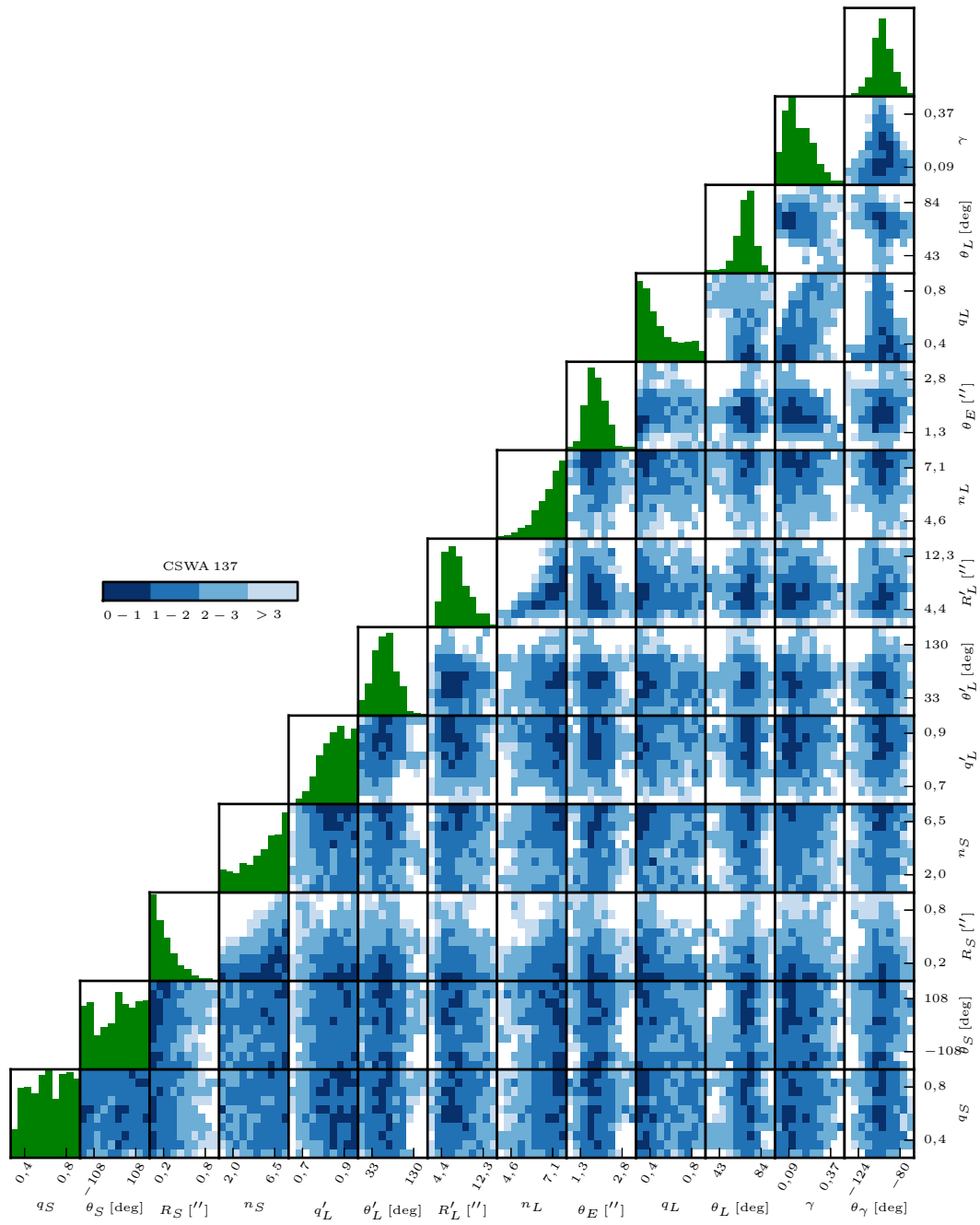




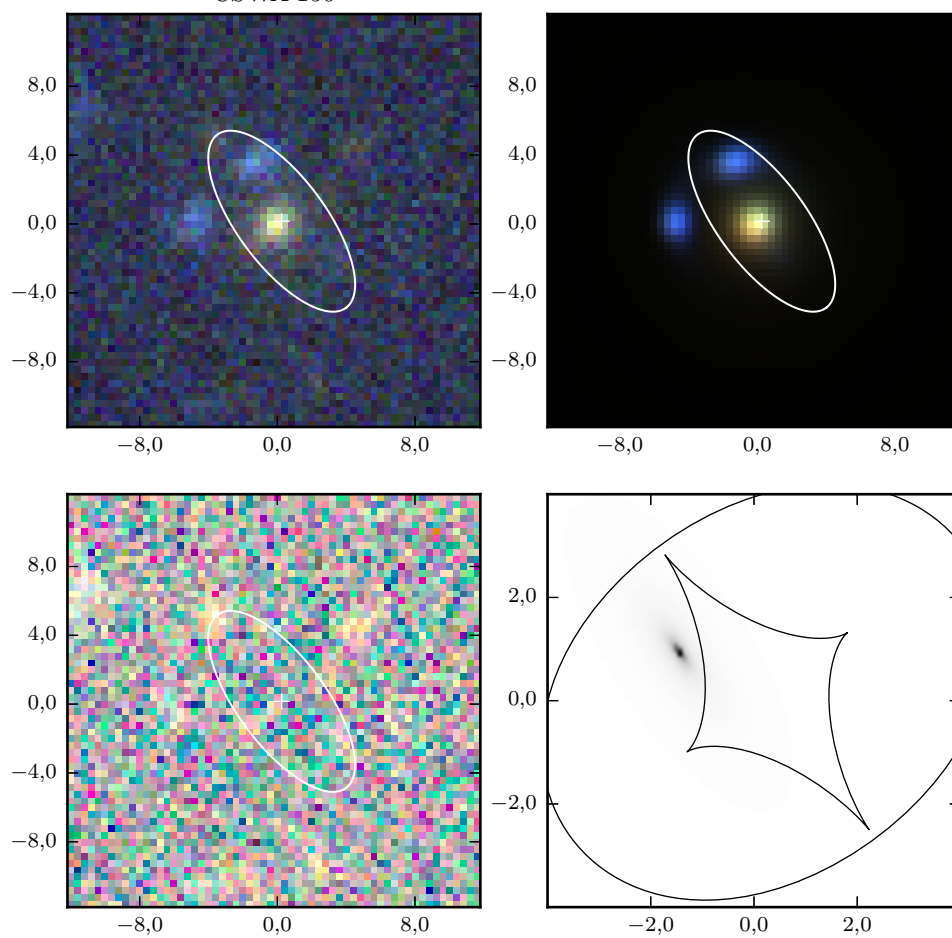


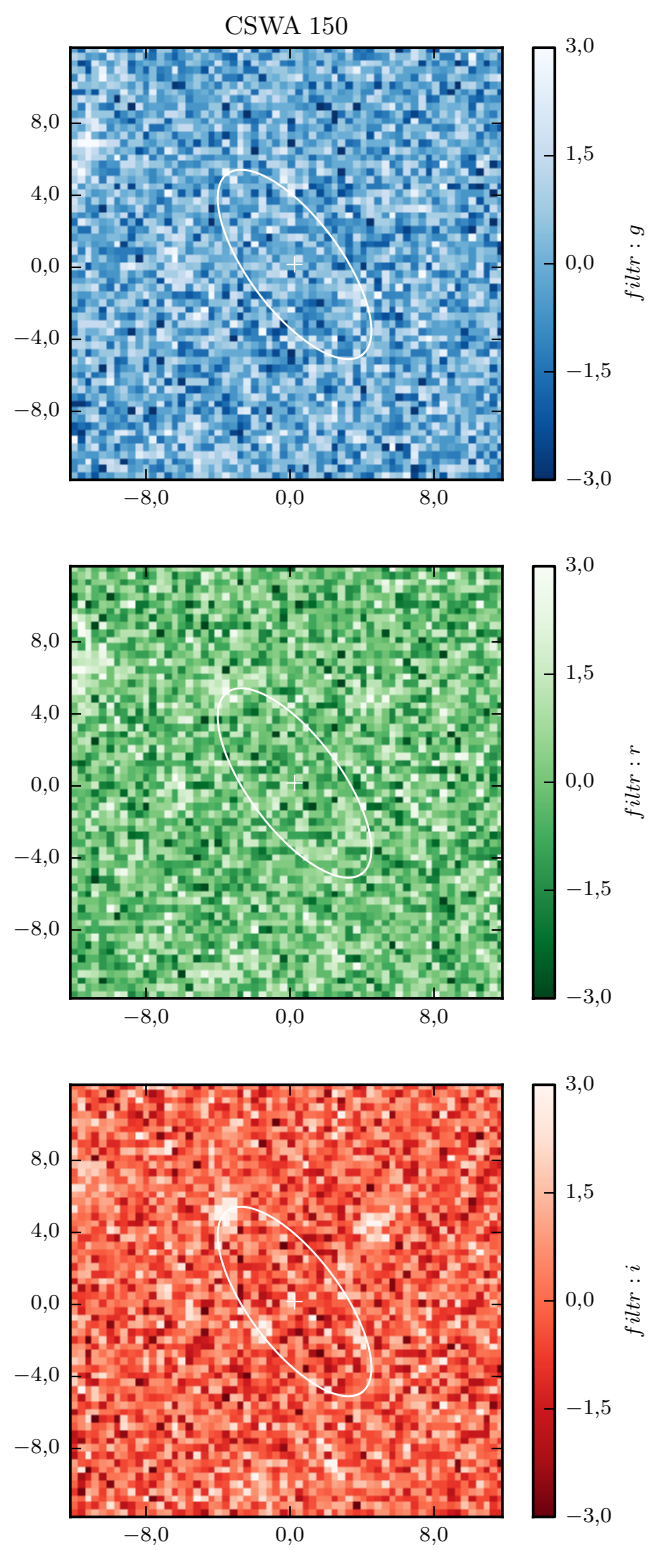


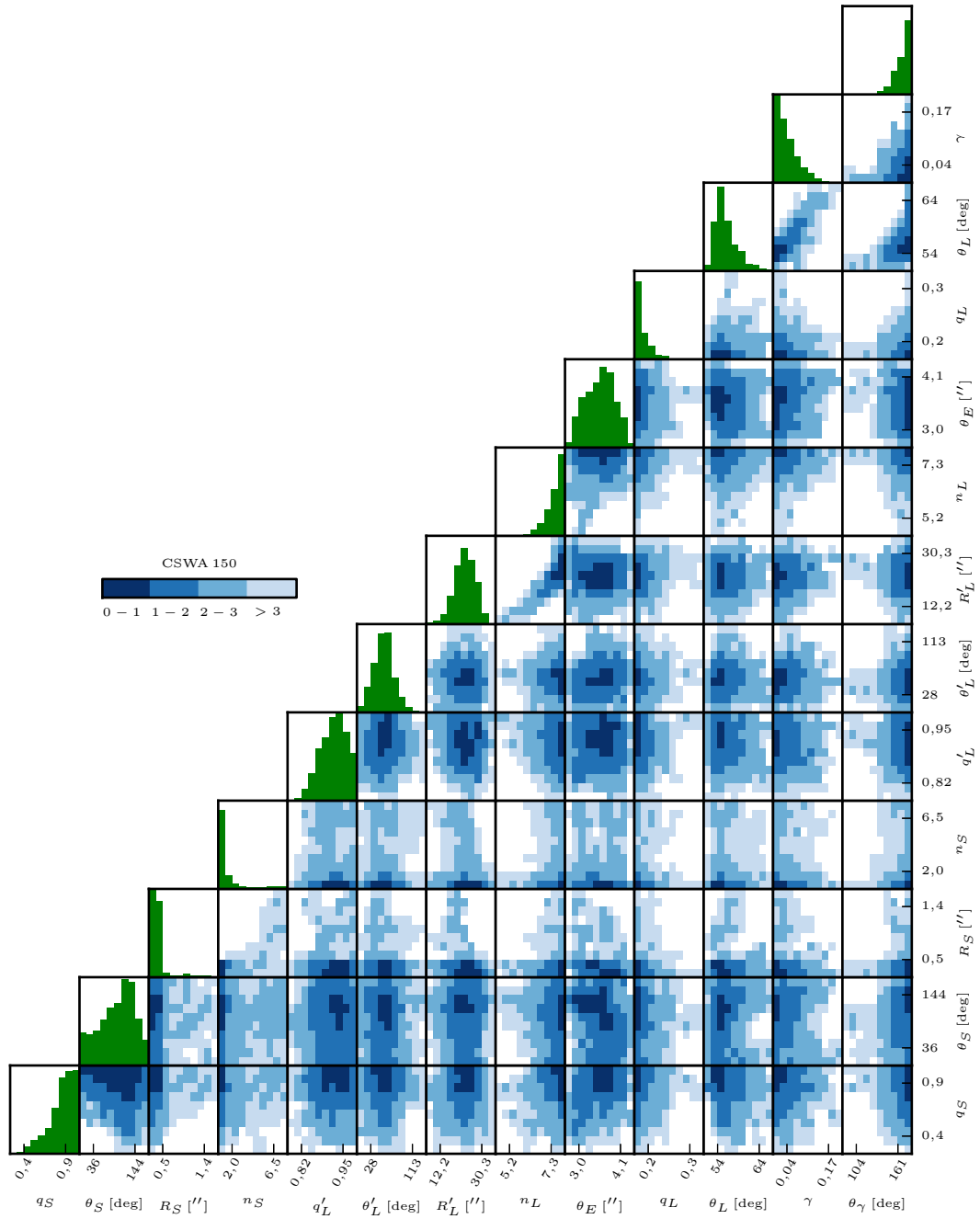


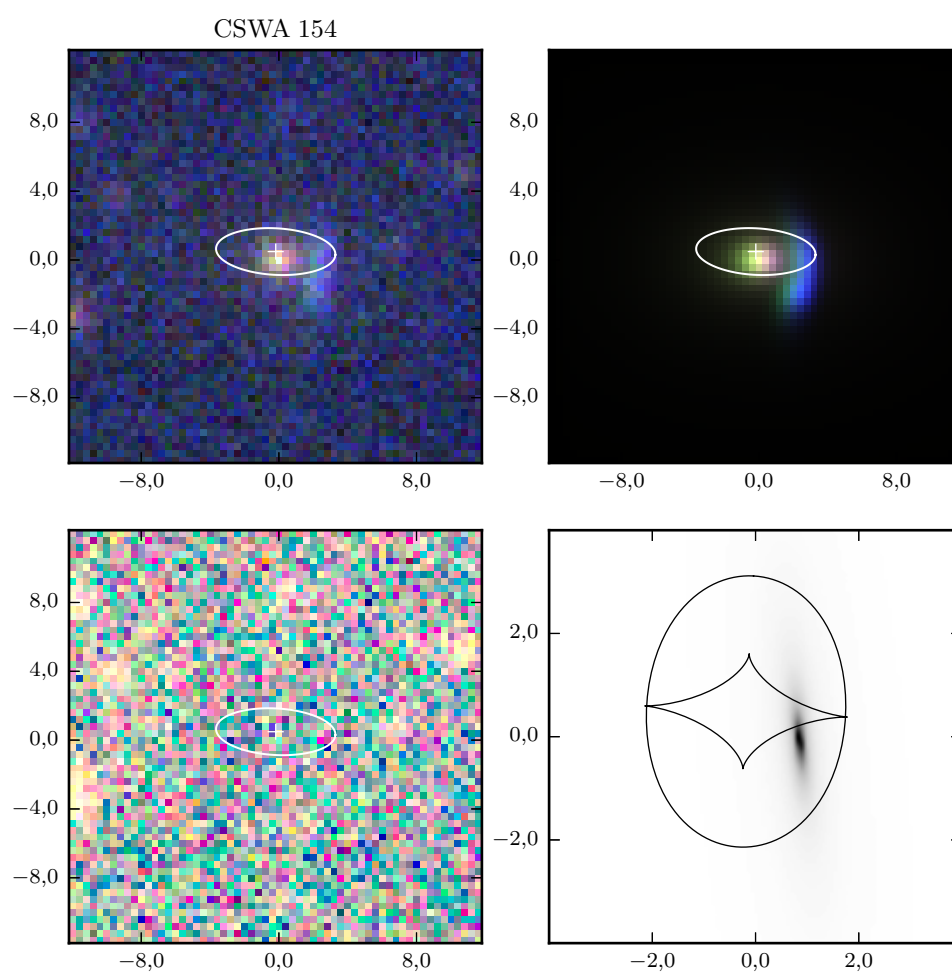


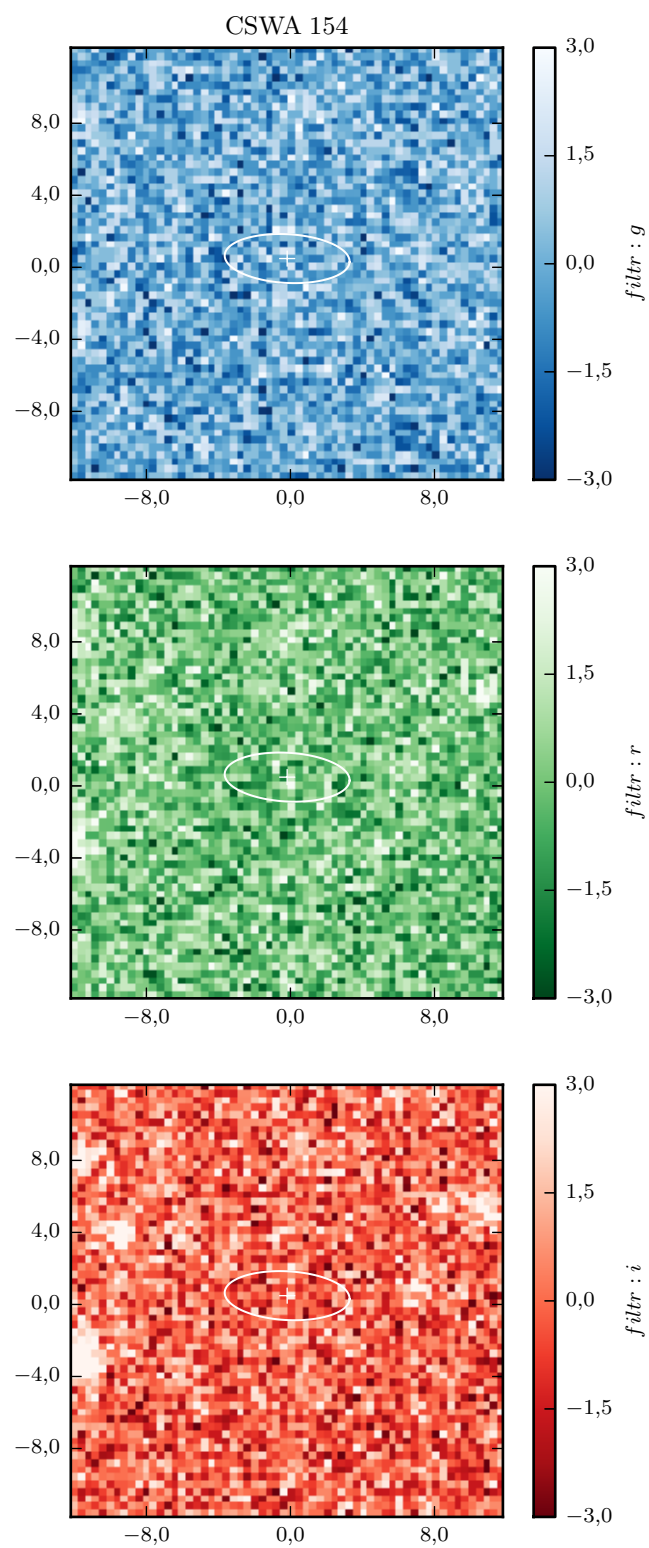
CSWA 150

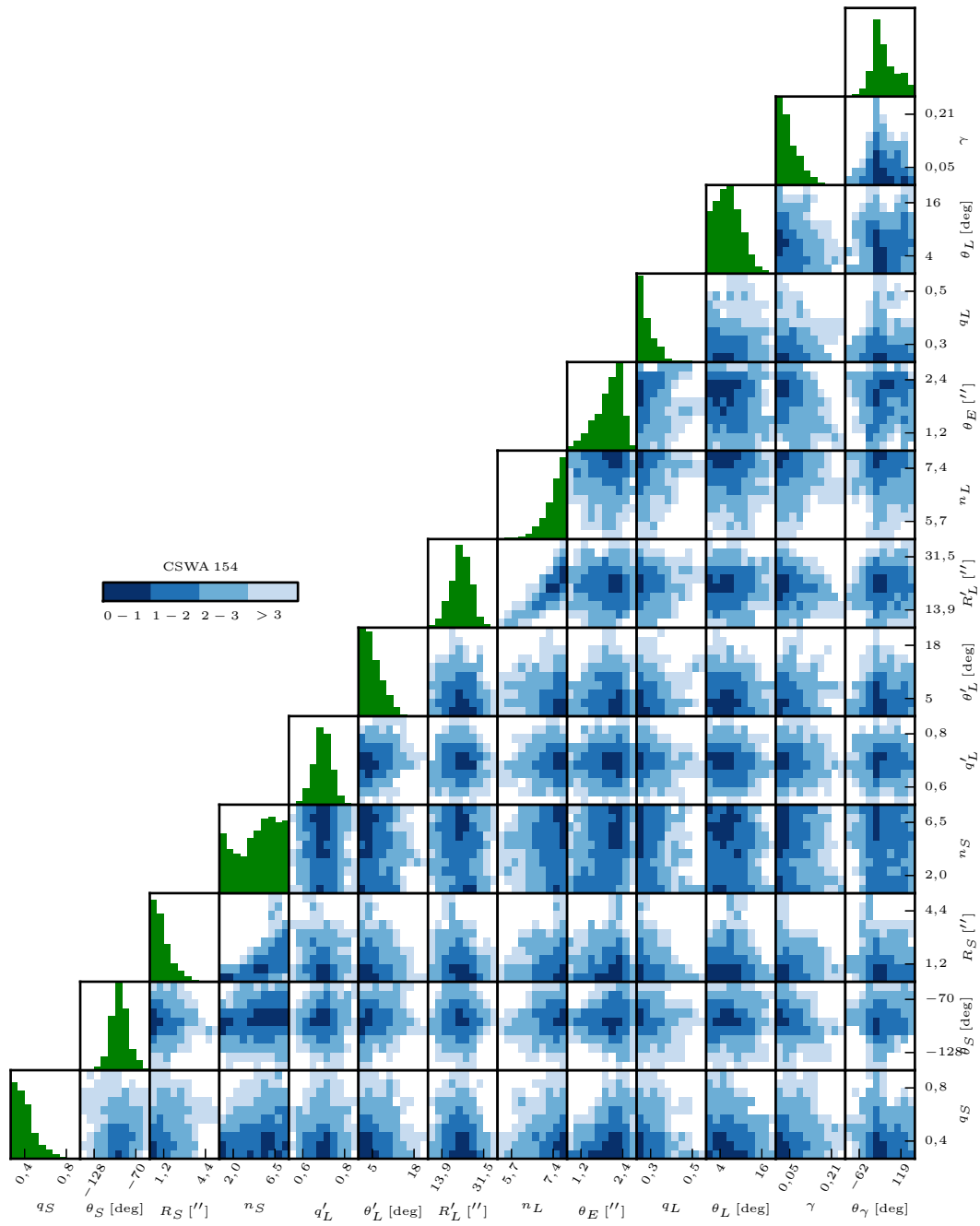




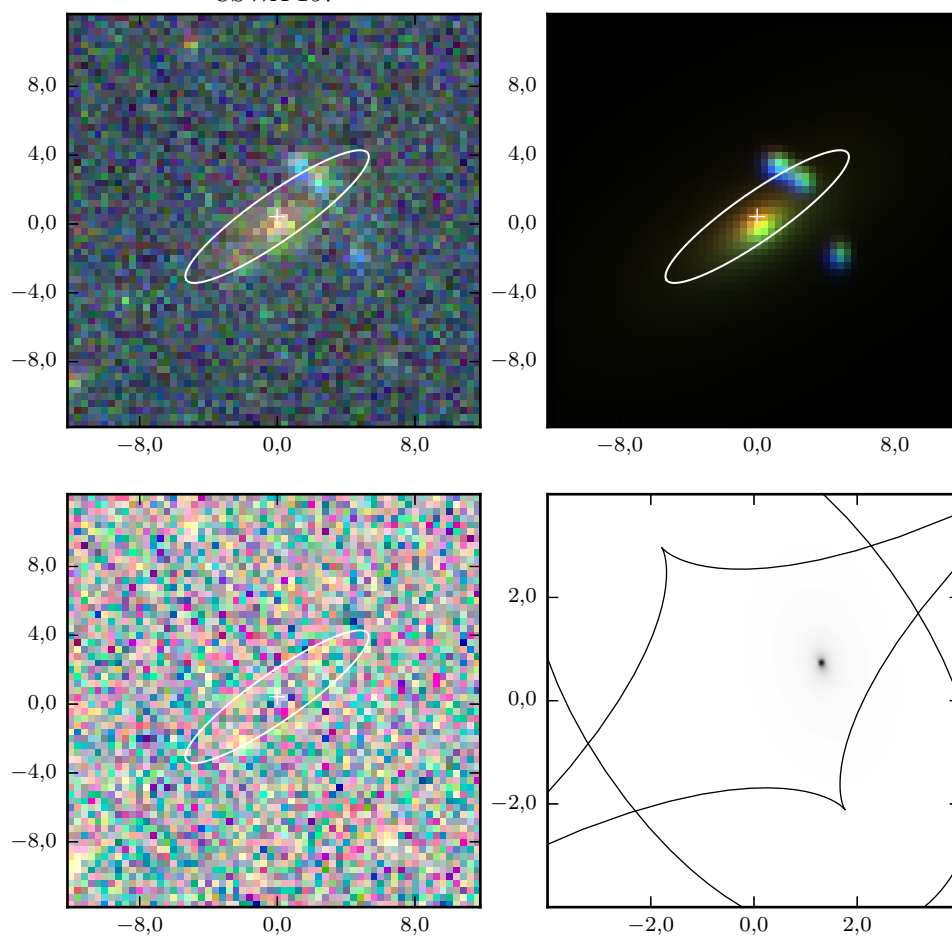


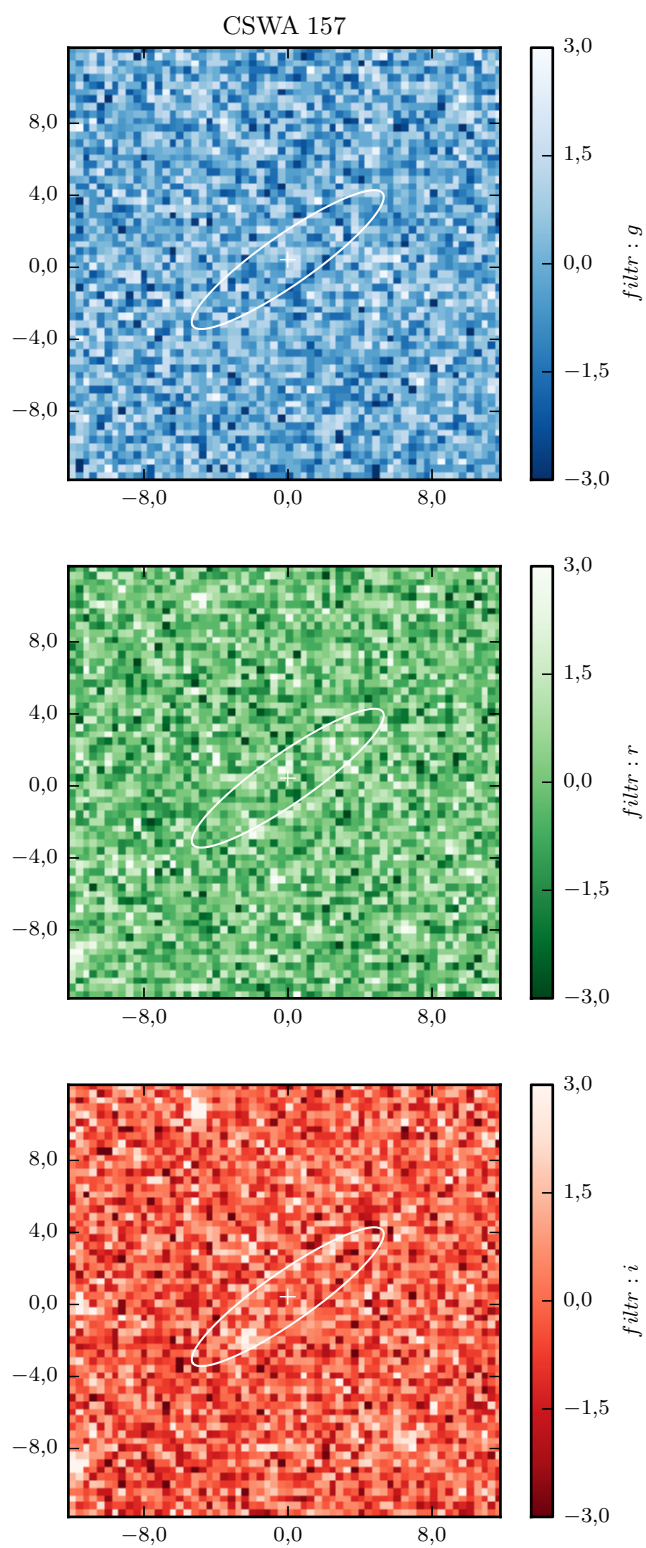


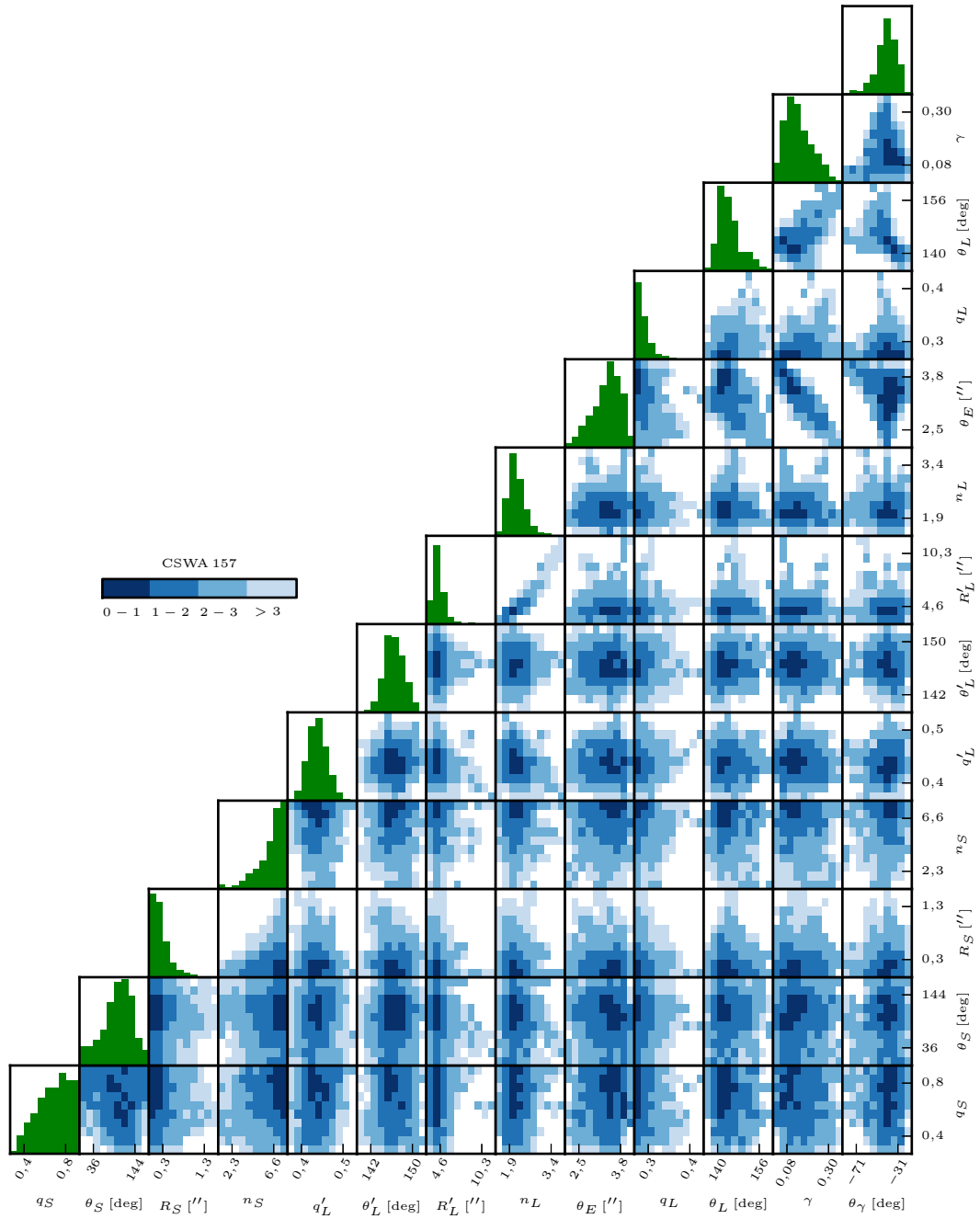


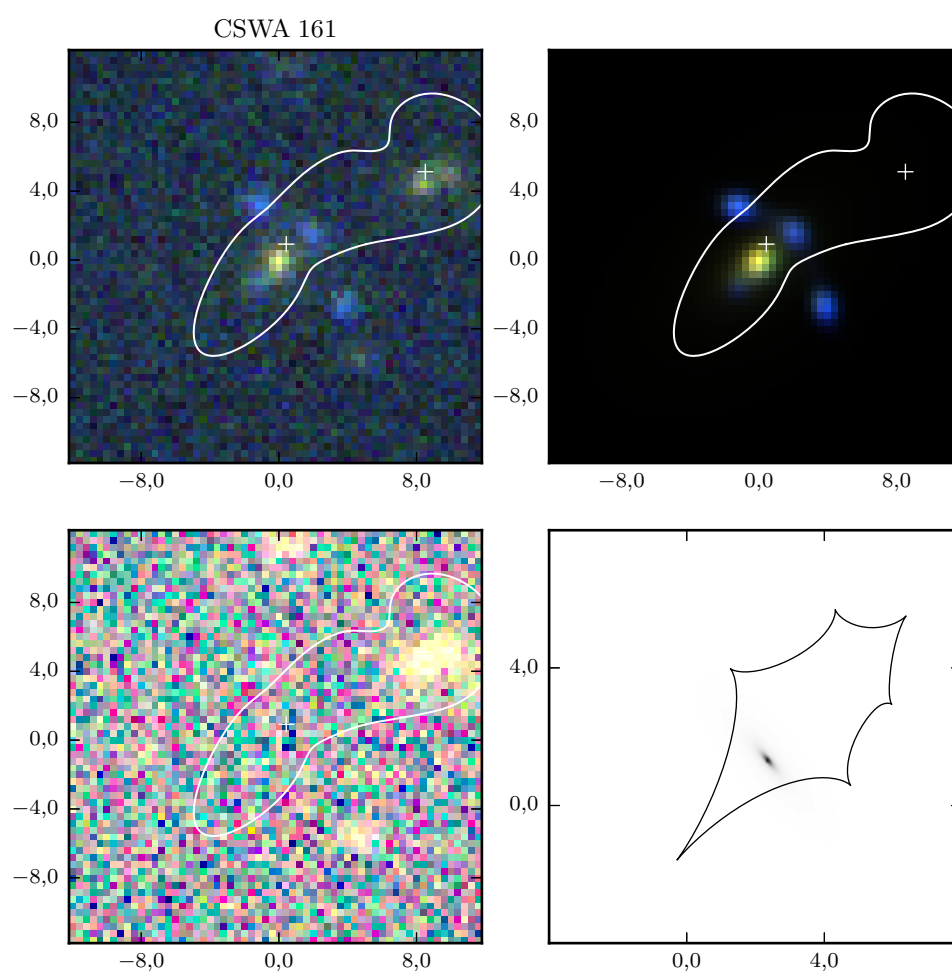


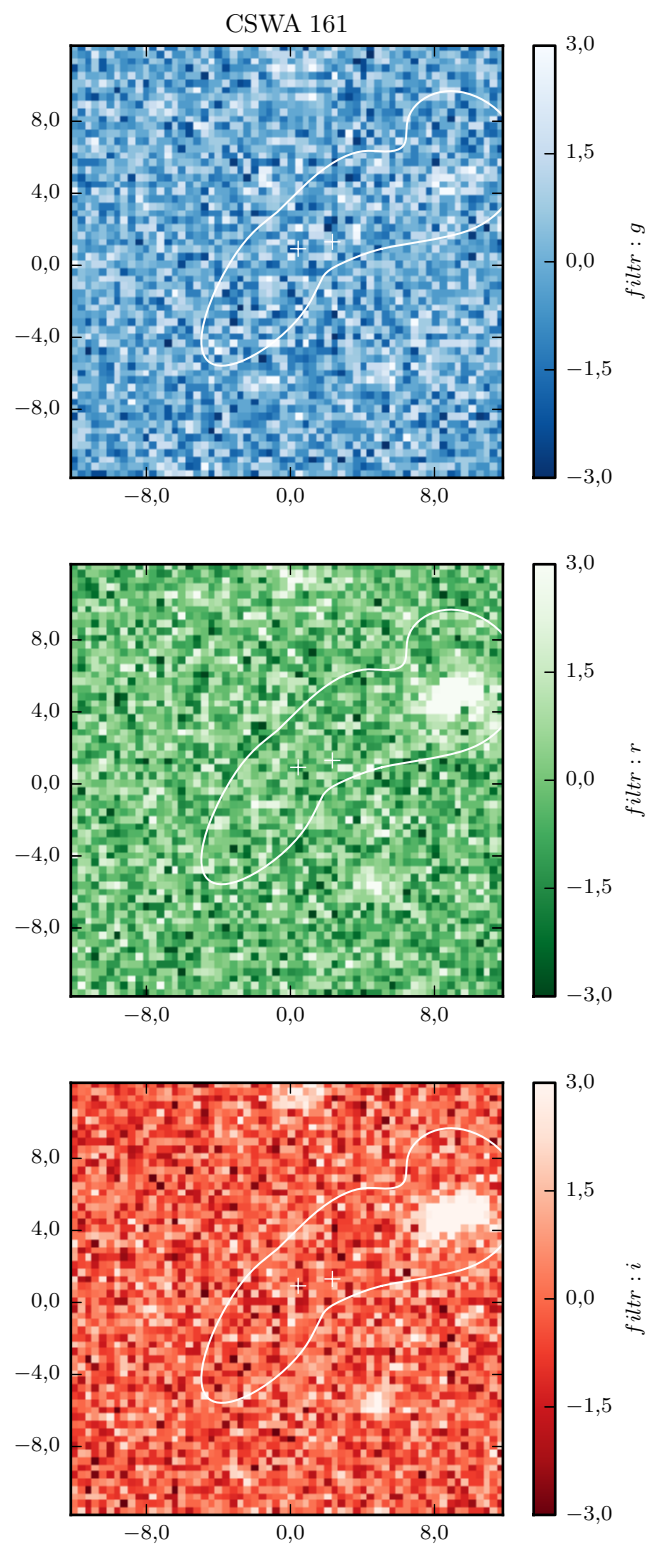
CSWA 157

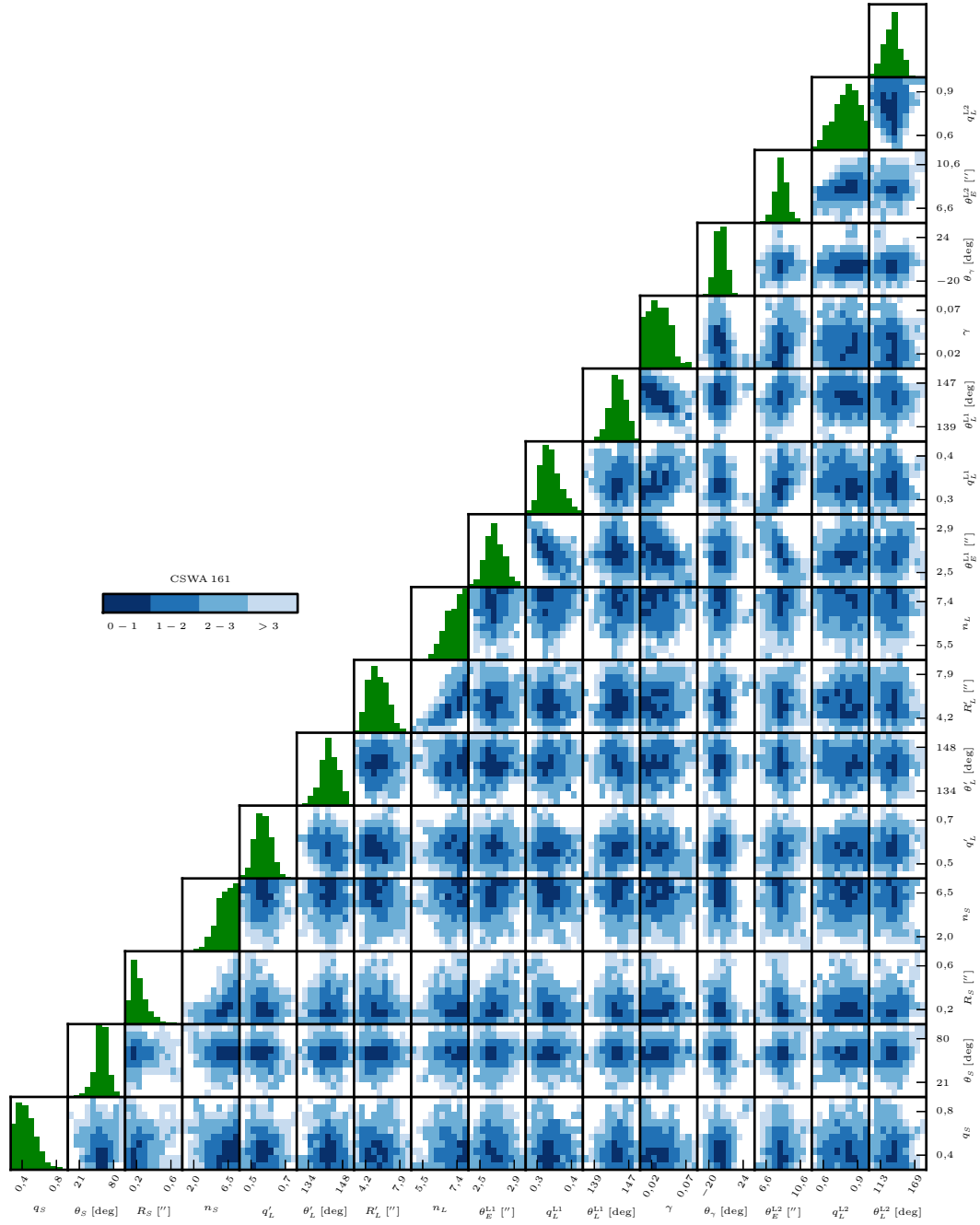




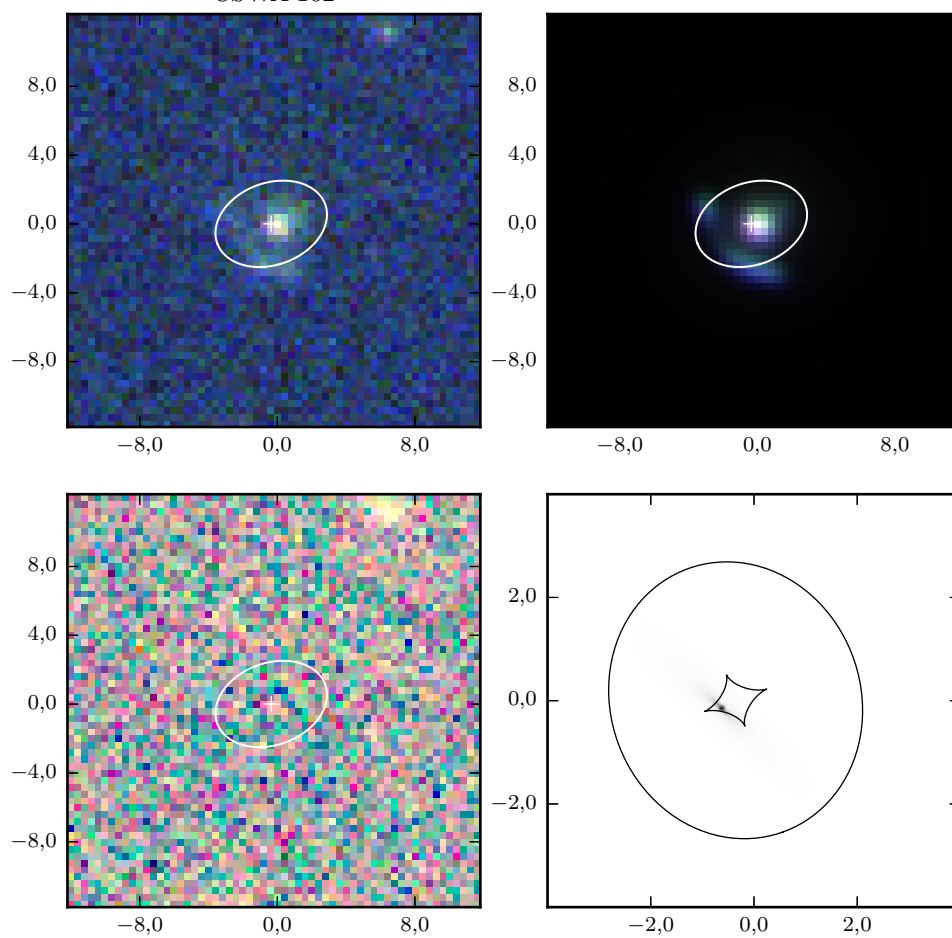


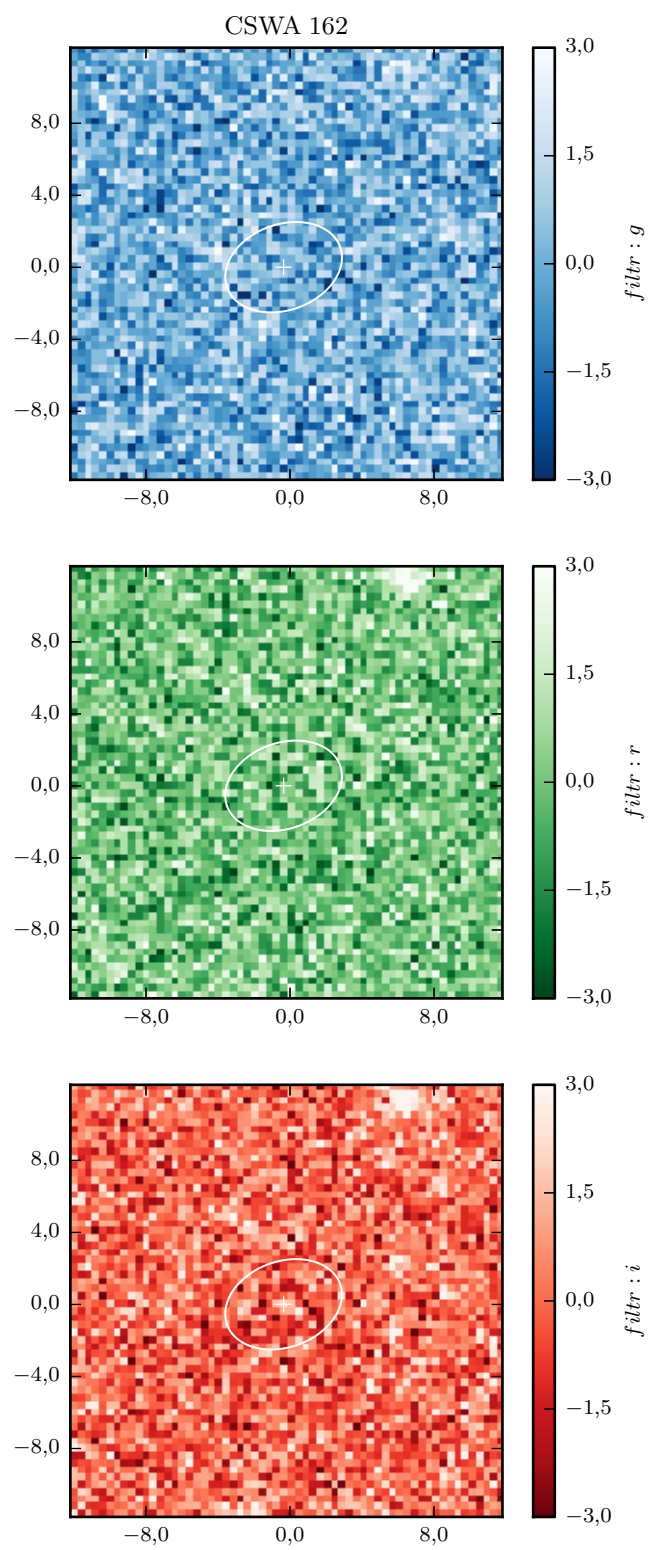


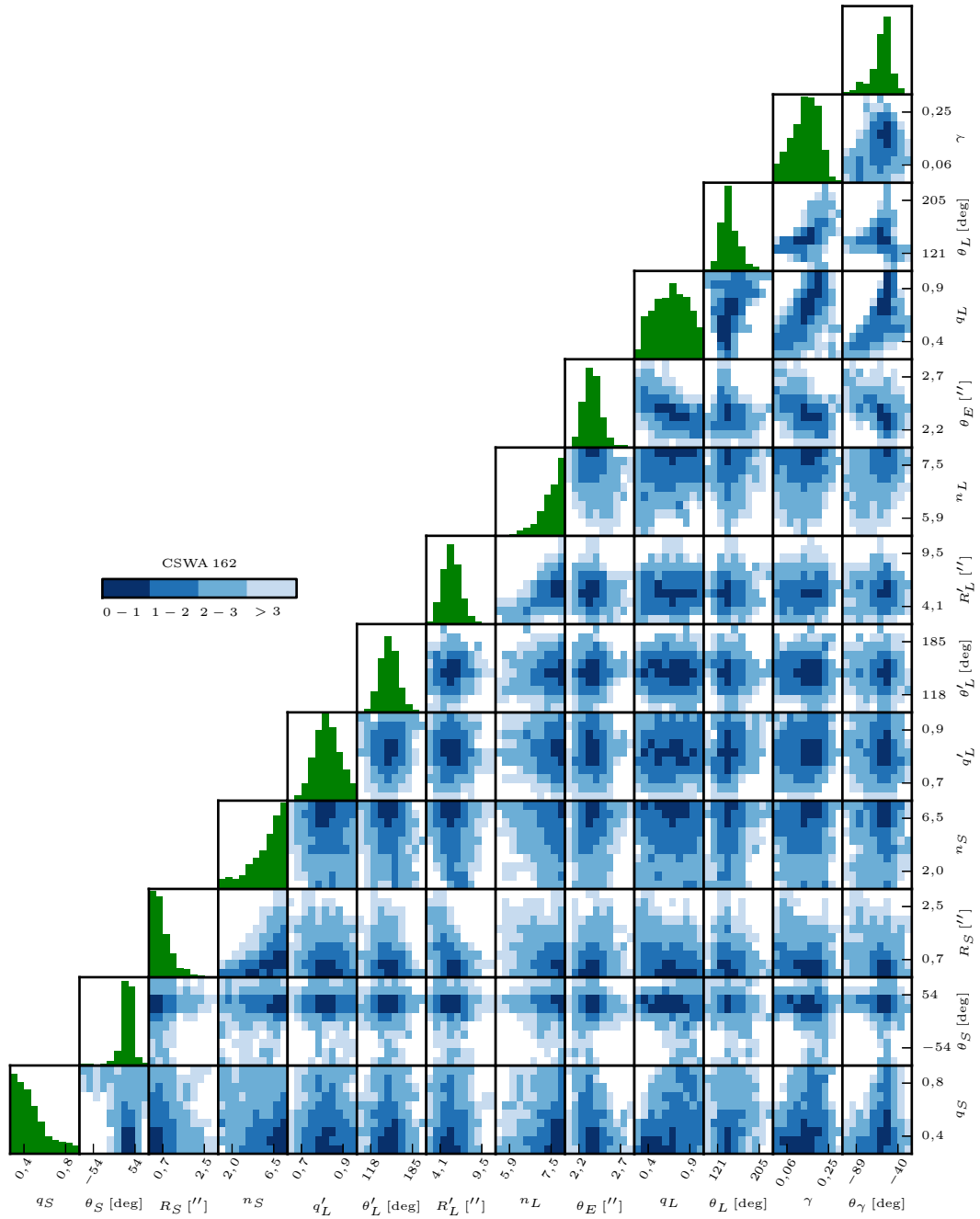


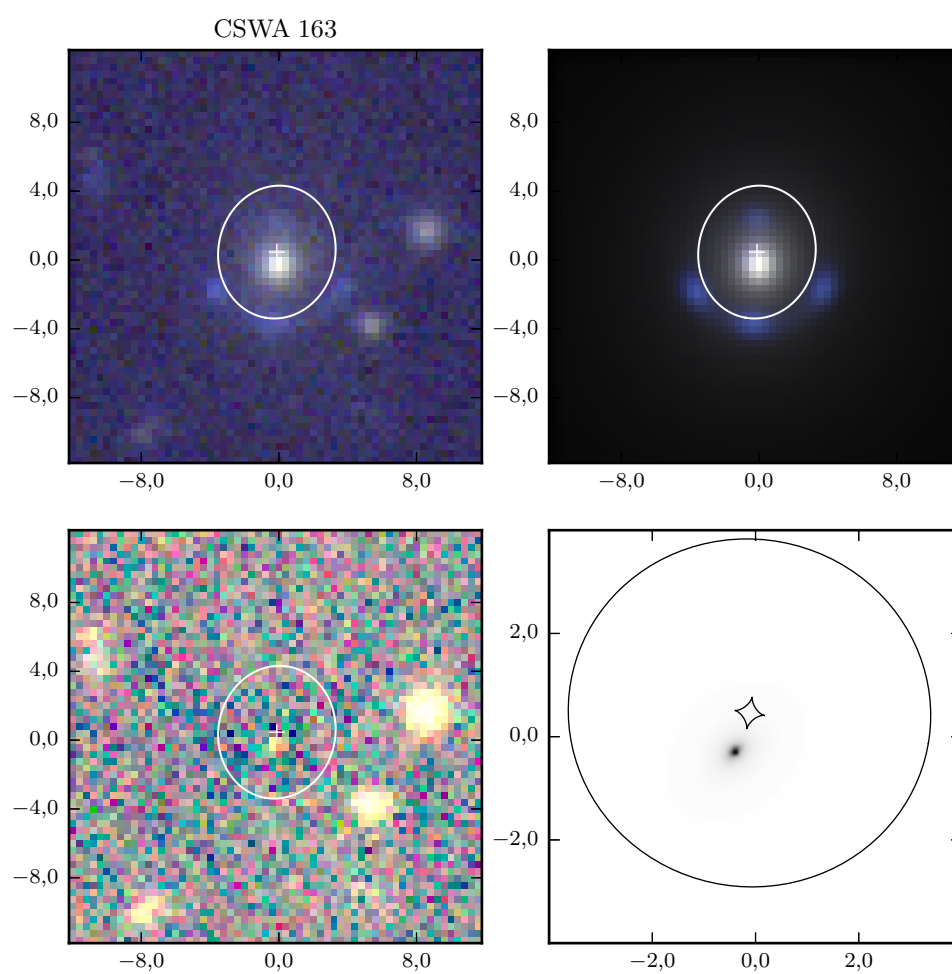


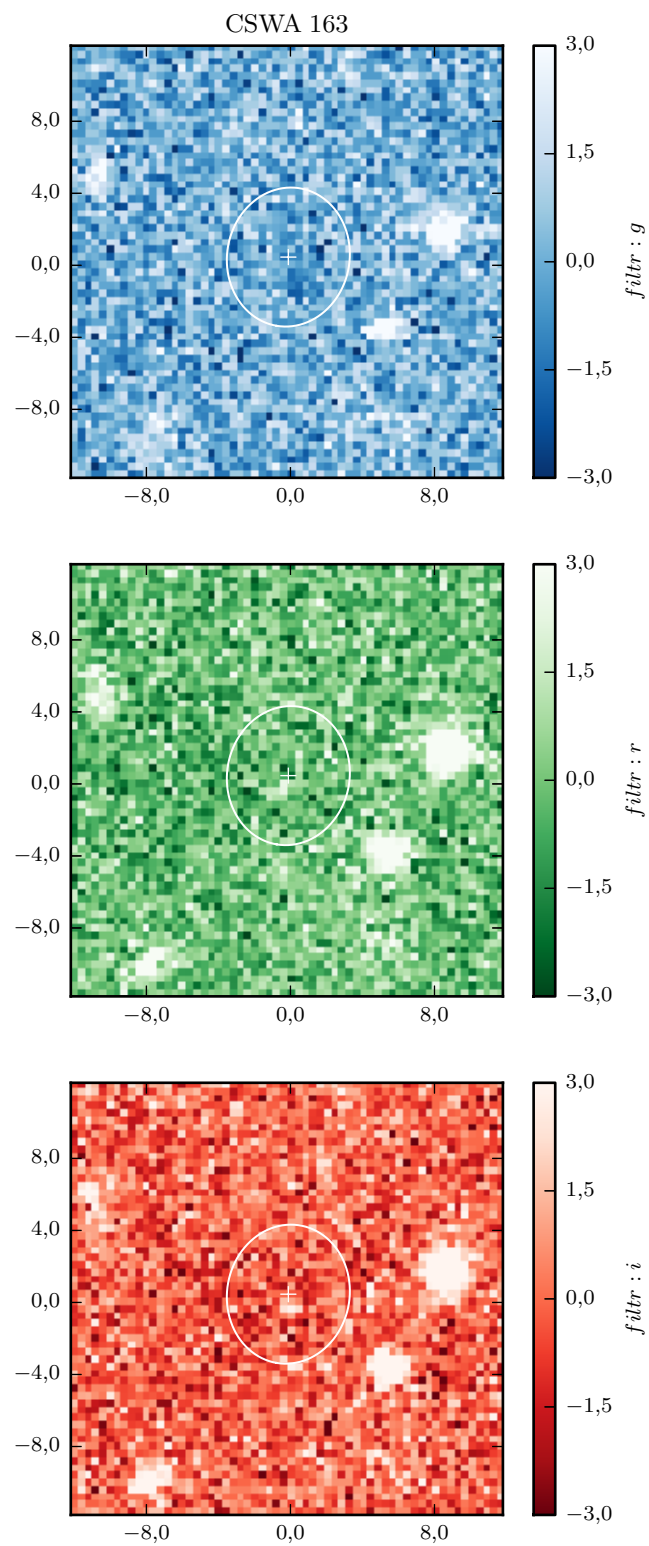
CSWA 162

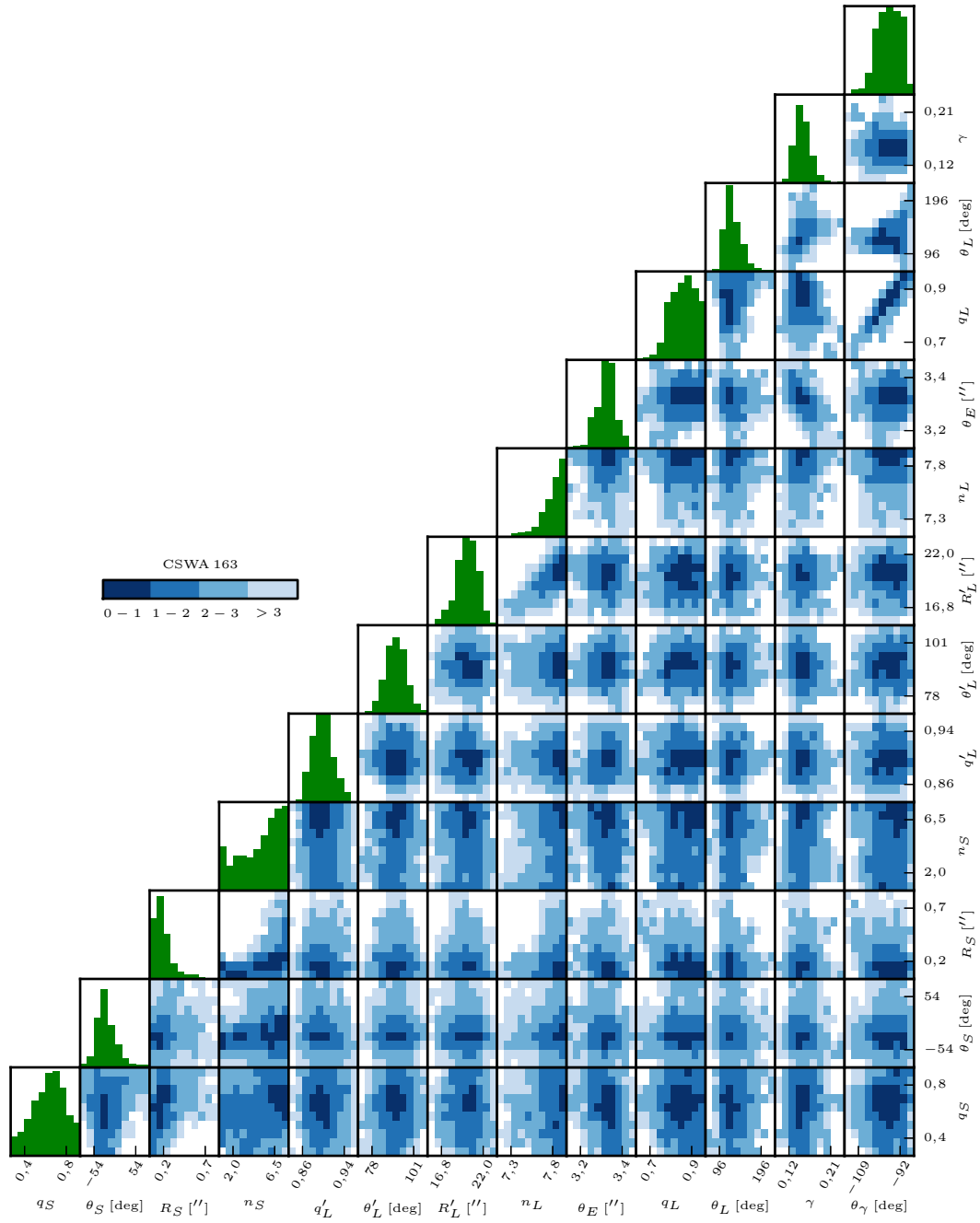




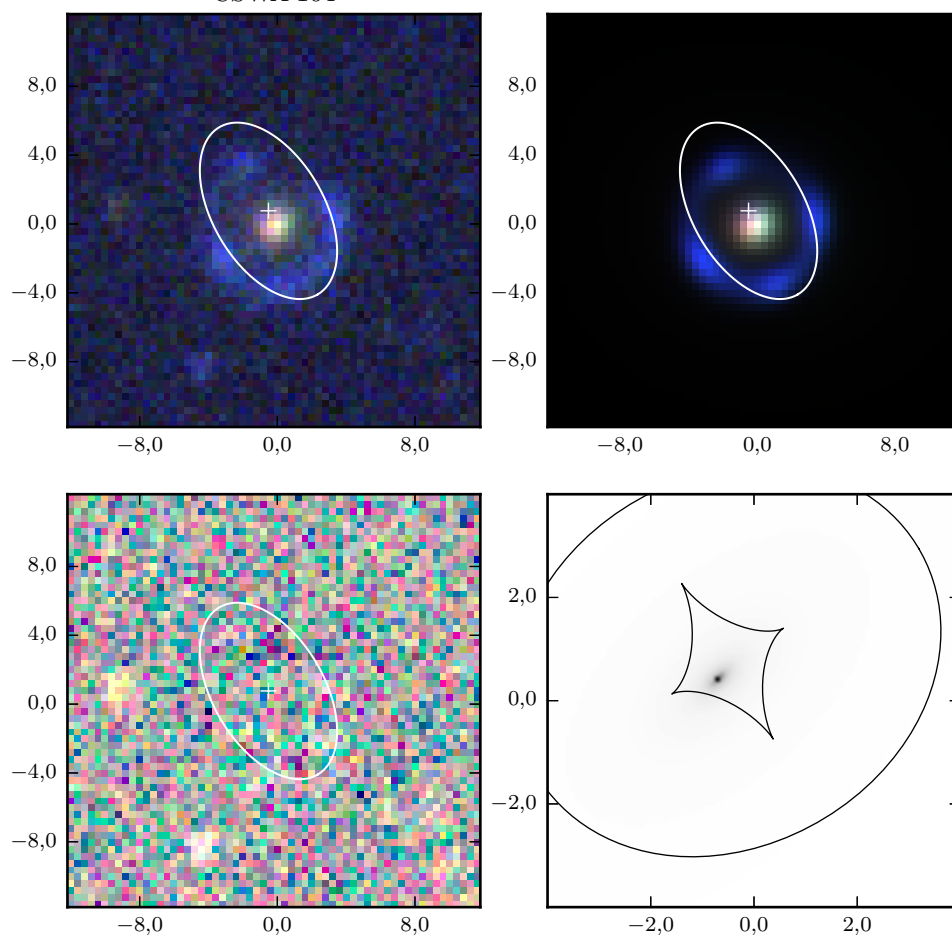


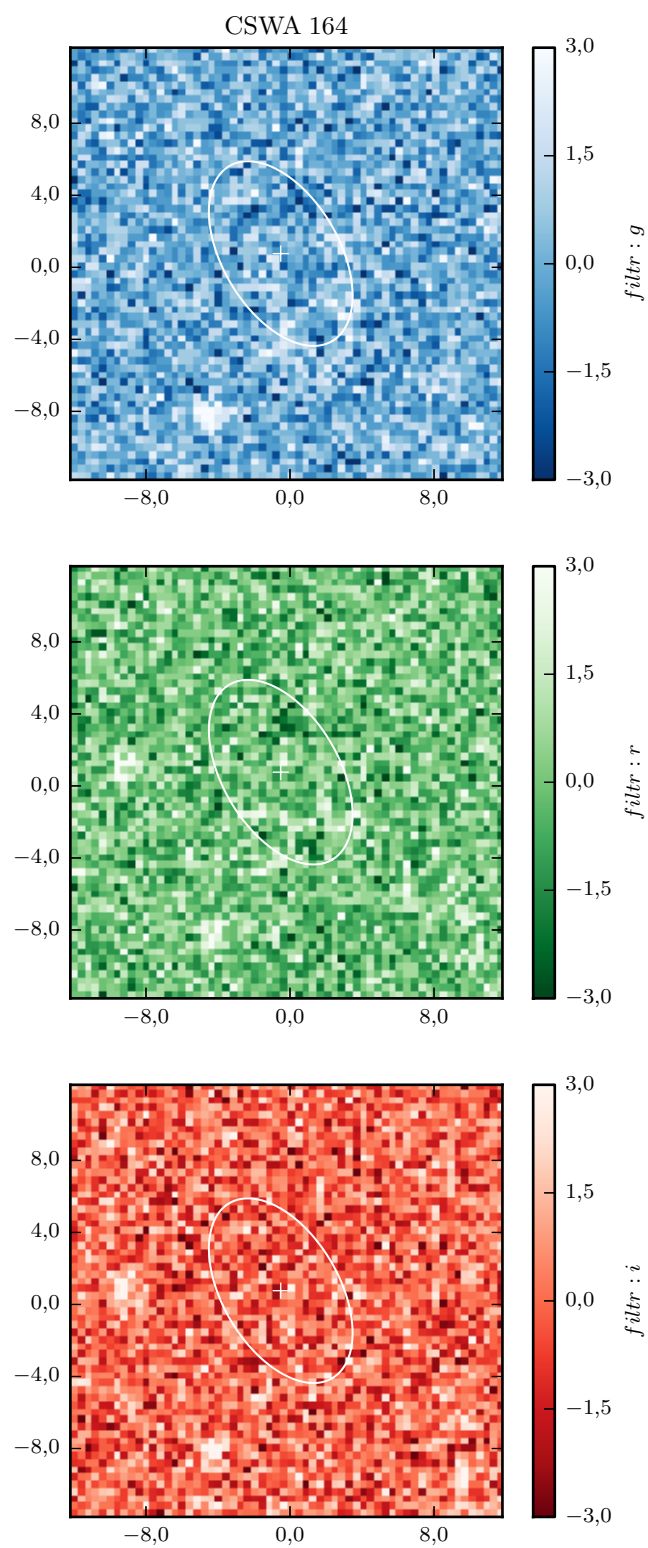


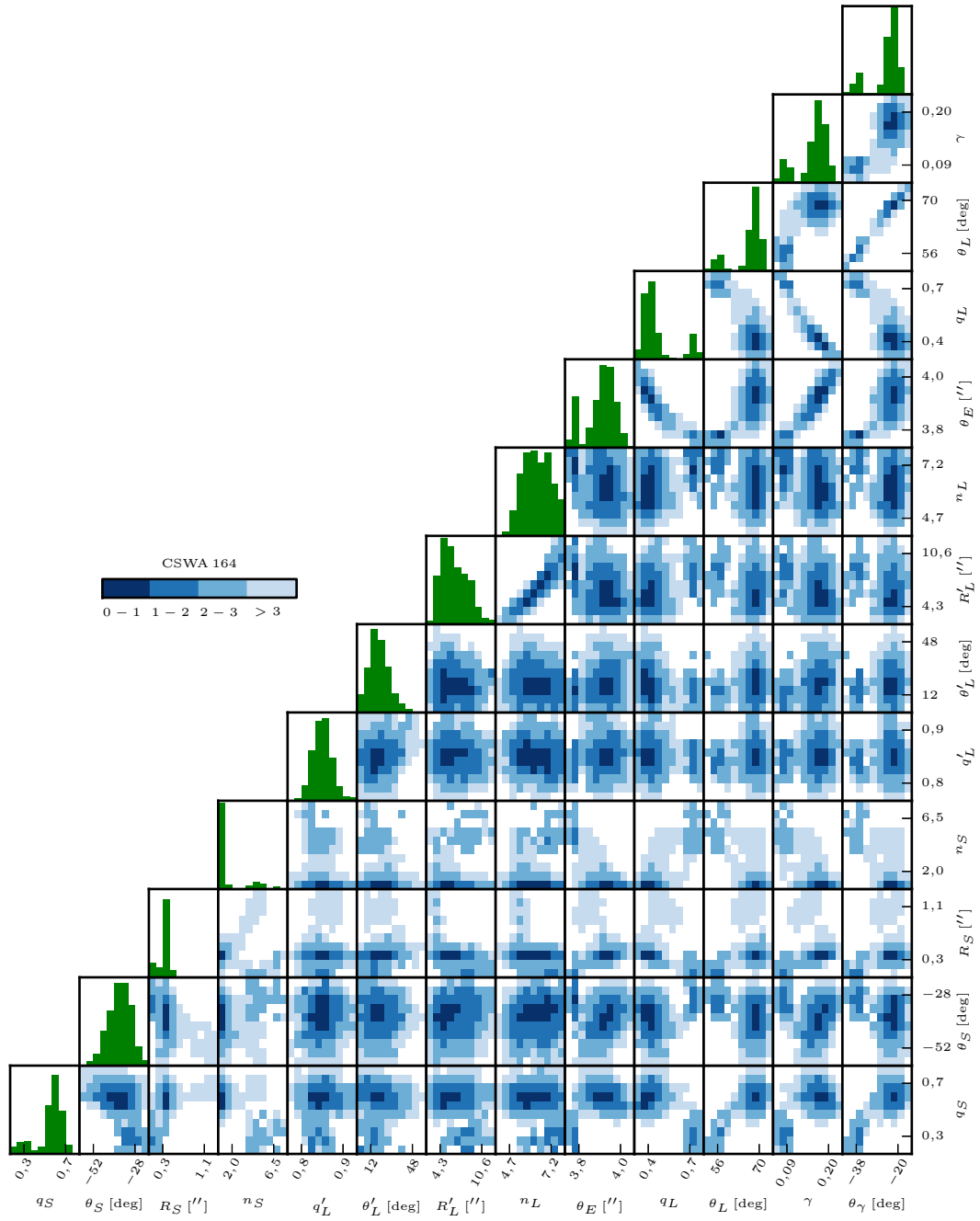


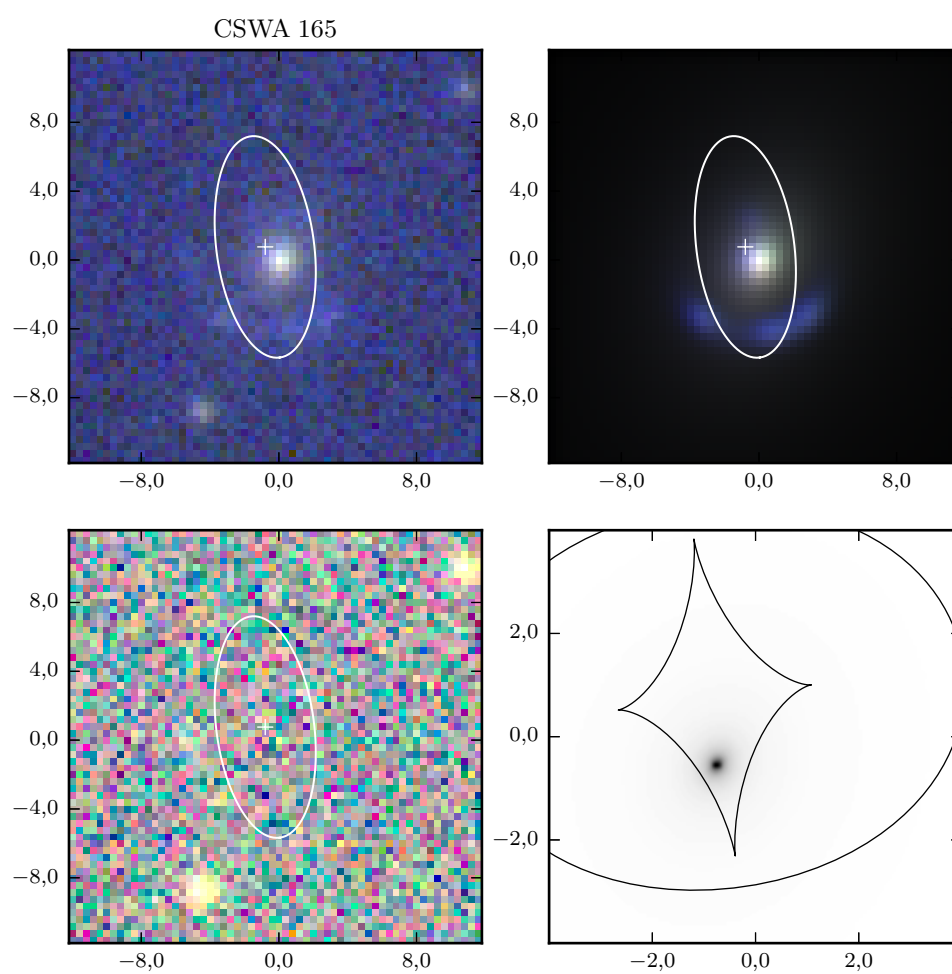


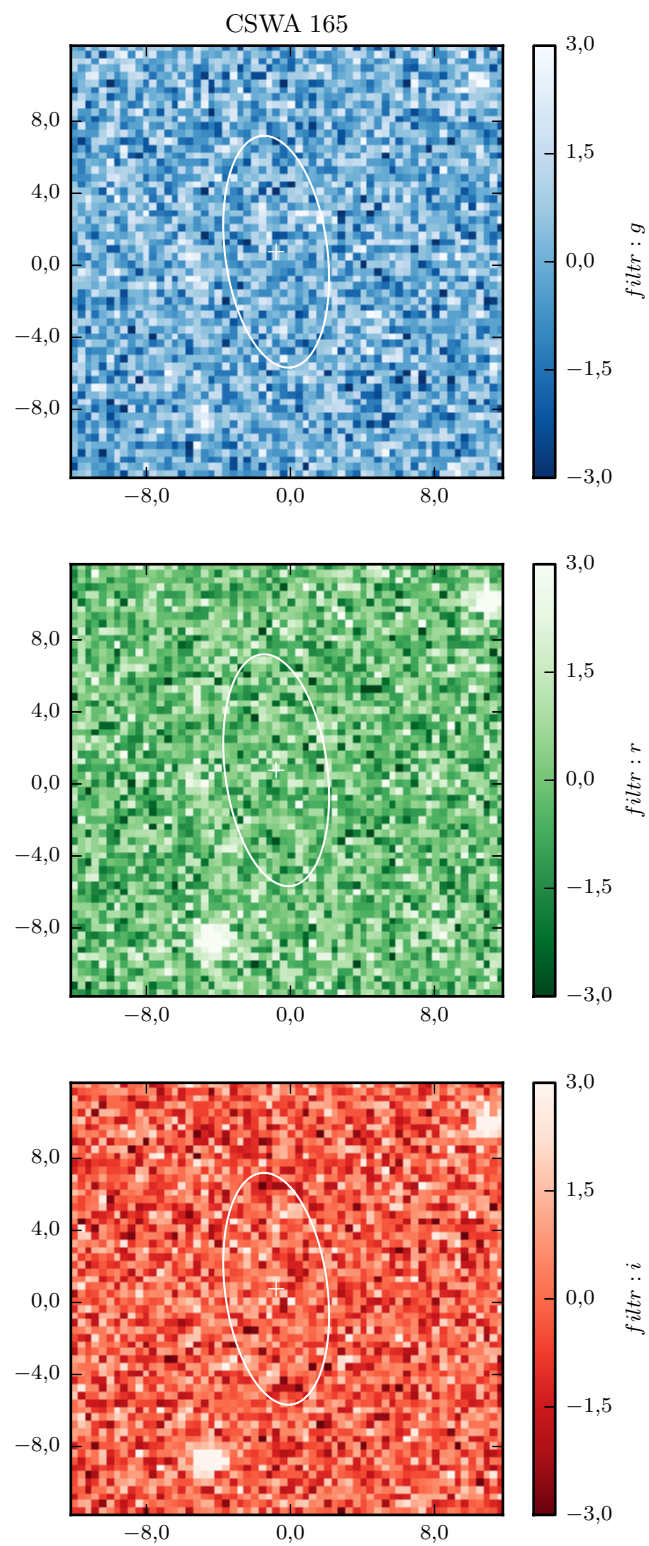
CSWA 164

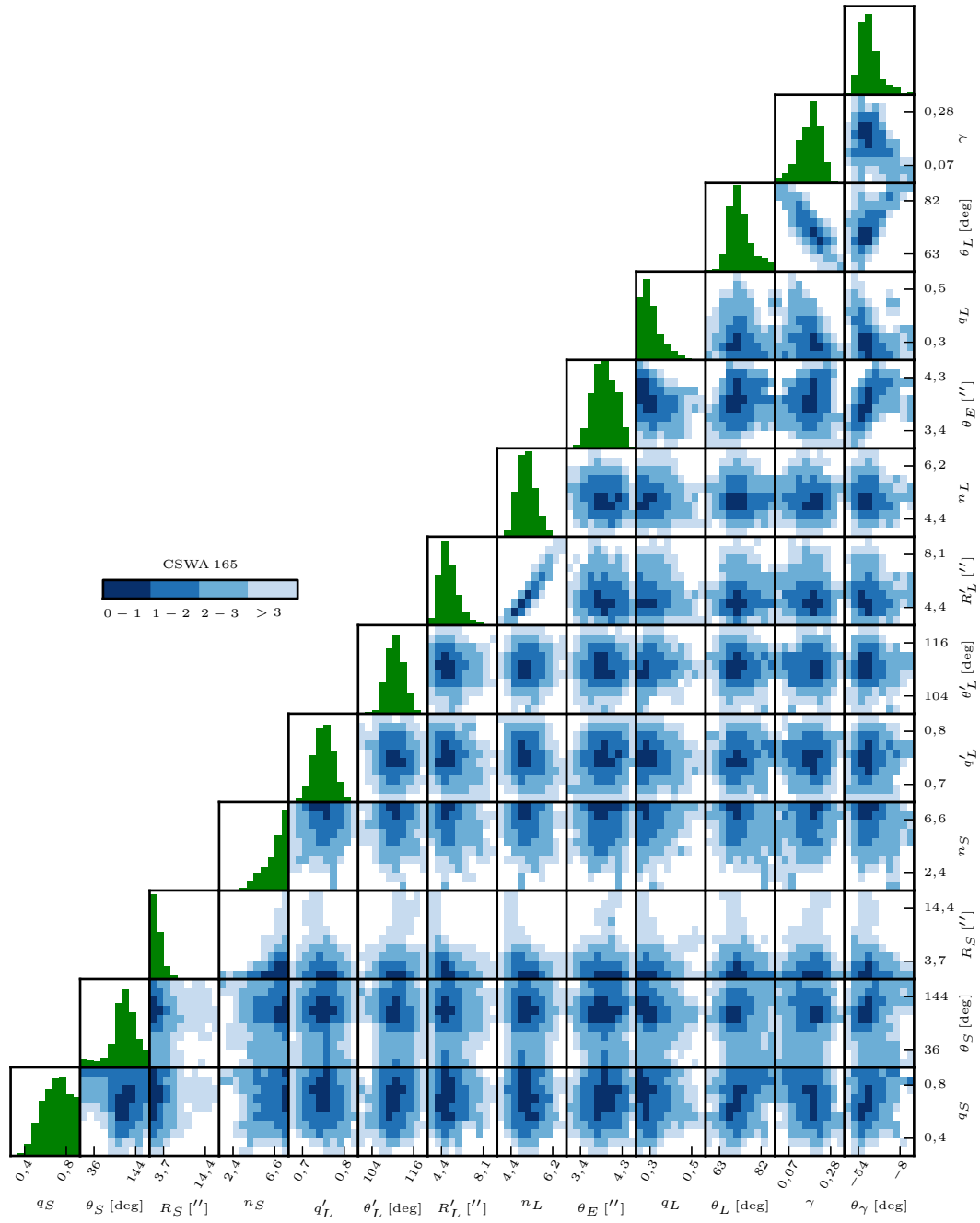












C. Tabela współczynników \vec{A} wyznaczonych dla zwiększonej wartości szumu

Poniższa tabela prezentuje wartości dopasowywanych współczynników A wraz z niepewnościami. Współczynniki te związane są ze zwiększaniem szumu obrazów CSWA, tak aby oprócz szumu związanego z detektorem i tłem nieba uwzględnić również szum wywołany wyborem konkretnego profilu masy soczewki oraz profili jasności powierzchniowej soczewki i źródła. Dla każdego z badanych układów dopasowano cztery parametry związane z poszczególnymi filtrami. Rozkłady parametrów A przyjmowały kształt rozkładów normalnych.

CSWA id	A_g	A_r	A_i	A_z
CSWA 1	$1,18 \pm 0,02$	$1,21 \pm 0,02$	$1,30 \pm 0,03$	$1,22 \pm 0,02$
CSWA 3	$1,23 \pm 0,02$	$1,25 \pm 0,02$	$1,36 \pm 0,03$	$1,16 \pm 0,02$
CSWA 6	$1,25 \pm 0,03$	$1,21 \pm 0,02$	$1,35 \pm 0,03$	$1,26 \pm 0,02$
CSWA 21	$1,18 \pm 0,02$	$1,22 \pm 0,02$	$1,16 \pm 0,02$	$1,21 \pm 0,02$
CSWA 24	$1,24 \pm 0,02$	$1,28 \pm 0,02$	$1,30 \pm 0,03$	$1,24 \pm 0,02$
CSWA 33	$1,27 \pm 0,02$	$1,27 \pm 0,02$	$1,24 \pm 0,02$	$1,21 \pm 0,02$
CSWA 103	$1,18 \pm 0,02$	$1,19 \pm 0,02$	$1,12 \pm 0,02$	$1,23 \pm 0,02$
CSWA 105	$1,31 \pm 0,02$	$1,52 \pm 0,02$	$1,60 \pm 0,02$	$1,27 \pm 0,02$
CSWA 116	$1,20 \pm 0,02$	$1,27 \pm 0,02$	$1,18 \pm 0,02$	$1,19 \pm 0,02$
CSWA 137	$1,22 \pm 0,03$	$1,20 \pm 0,02$	$1,40 \pm 0,03$	$1,20 \pm 0,02$
CSWA 150	$1,22 \pm 0,02$	$1,20 \pm 0,02$	$1,19 \pm 0,02$	$1,24 \pm 0,02$
CSWA 154	$1,21 \pm 0,02$	$1,25 \pm 0,03$	$1,38 \pm 0,03$	$1,22 \pm 0,02$
CSWA 157	$1,16 \pm 0,02$	$1,20 \pm 0,02$	$1,24 \pm 0,02$	$1,14 \pm 0,02$
CSWA 161	$1,18 \pm 0,02$	$1,28 \pm 0,02$	$1,32 \pm 0,02$	$1,30 \pm 0,02$
CSWA 162	$1,19 \pm 0,02$	$1,25 \pm 0,02$	$1,23 \pm 0,02$	$1,26 \pm 0,03$
CSWA 163	$1,23 \pm 0,02$	$1,46 \pm 0,03$	$1,49 \pm 0,03$	$1,26 \pm 0,03$
CSWA 164	$1,24 \pm 0,02$	$1,22 \pm 0,02$	$1,27 \pm 0,03$	$1,19 \pm 0,02$
CSWA 165	$1,23 \pm 0,02$	$1,16 \pm 0,02$	$1,15 \pm 0,02$	$1,23 \pm 0,02$

Spis rysunków

1. Typowe przedstawienie geometryczne zjawiska soczewkowania grawitacyjnego	12
2. Ilustracja deformacji obrazu źródła w wyniku soczewkowania grawitacyjnego	15
3. Porównanie silnego i słabego soczewkowania	18
4. Kaustyki i krzywe krytyczne w modelu SIE	23
5. Mapy fluktuacji gęstości materii tła w <i>Millennium Simulation</i> . .	38
6. Mapy konwergencji zrzuowanych halo ciemnej materii dla wybranych przesunień ku czerwieni	39
7. Mapy konwergencji wygładzonych rozkładów gęstości halo ciemnej materii	40
8. Mapy konwergencji κ_i dla wybranych przesunień ku czerwieni . . .	41
9. Sumaryczne mapy konwergencji κ	42
10. Schematyczne przedstawienie składowych ścinania	44
11. Mapa składowej ścinania γ_1	46
12. Mapa składowej ścinania γ_2	47
13. Sumaryczne mapy składowej ścinania γ_1	48
14. Sumaryczne mapy składowej ścinania γ_2	49
15. Średnie składowe styczna i krzyżowa ścinania, $\langle\gamma_t\rangle$ i $\langle\gamma_x\rangle$, versus separacja pomiędzy soczewką a źródłem, Θ	51
16. Średnie wartości składowej stycznej ścinania w funkcji separacji pomiędzy soczewką a źródłem (różne przesunięcia ku czerwieni źródeł)	52
17. Średnie wartości składowej stycznej ścinania w funkcji separacji pomiędzy soczewką a źródłem (różne przesunięcia ku czerwieni soczewek)	53
18. Porównanie wkładu od materii tła do ścinania z całkowitym efektem ścinania (różne przesunięcia ku czerwieni źródeł)	54
19. Porównanie wkładu od materii tła do ścinania z całkowitym efektem ścinania (różne masy soczewek)	55
20. Znormalizowane widma masy wewnątrz wiązek o różnym promieniu (wiązki wokół <i>wysokich maksimumów</i>)	56
21. Znormalizowane widma masy wewnątrz wiązek o różnym promieniu (wiązki położone losowo na niebie)	57
22. Widma masy w wiązce położonej wokół lokalnego maksimum ścinania w zależności od wysokości maksimum	59

23. Widma masy w wiązce położonej wokół lokalnego maksimum ścinania ($\langle \gamma_t \rangle \geq 0,03$) dla różnych przesunięć ku czerwieni źródła	60
24. Zależność średniej masy halo wewnątrz wiązki od wartości mak- simum związanego z daną wiązką (różne szerokości wiązek) . . .	60
25. Zależność średniej masy halo wewnątrz wiązki od wartości maxi- mum związanego z daną wiązką (różne przesunięcie ku czerwieni źródeł)	61
26. Rozkład zewnętrznego ścinania w <i>Millennium Simulation</i>	62
27. Znormalizowany rozkład prędkości wirialnych halo ciemnej ma- terii w <i>Millennium Simulation</i>	71
28. Wkład od każdego przedziału prędkości wirialnych do prawdo- podobieństwa soczewkowania	71
29. Prawdopodobieństwo silnego soczewkowania grawitacyjnego przez galaktyki w symulacji <i>Millennium</i> w funkcji przesunięcia ku czerwieni źródła	73
30. Prawdopodobieństwo obecności galaktyki – soczewki w <i>Millen- nium Simulation</i>	75
31. Ewolucja funkcji historii formowania gwiazd, $S(z)$, w zależności od przesunięcia ku czerwieni	77
32. Liczba supernowych typu Ia wybuchających w ciągu roku w Mpc^3	78
33. Liczba supernowych typu CC wybuchających w ciągu roku w Mpc^3	78
34. Porównanie liczby supernowych obu typów soczewkowanych i nie- soczewkowanych	79
35. Rozkład wzmocnień dla źródeł położonych na różnych przesunię- ciach ku czerwieni. Wzmocnienie w funkcji prędkości wirialnej halo ciemnej materii	82
36. Kumulatywny rozkład liczby soczewkowanych supernowych na całym niebie (typ Ia)	82
37. Kumulatywny rozkład liczby soczewkowanych supernowych na całym niebie (typ CC)	83
38. Diagram Hubble’a dla supernowych typu Ia	88
39. Znormalizowany rozkład separacji kątowych, Θ , dla przypadku dwóch obrazów	90
40. Różnica w obserwowanych jasnościach obu obrazów m_1 i m_2 . . .	91
41. Kumulatywny rozkład zmian w obserwowanej jasności pomiędzy obrazem pojedynczym, m_1 , a <i>zlanym</i> obrazem, m_{12}	91

42. Znormalizowany rozkład opóźnień, Δt , w czasie obserwacji dwóch obrazów	92
43. Znormalizowany histogram liczby przypadków soczewkowanych supernowych w zależności od różnicy pomiędzy jasnością pojedynczego obrazu a <i>zlanego</i> oraz od opóźnienia, Δt , (górna część) bądź od separacji kątowej pomiędzy obrazami, Θ (dolna część) .	93
44. Znormalizowany histogram różnic pomiędzy jasnością obserwowaną dla obrazu <i>zlanego</i> z czterech obrazów, m_{1234} , a jasnością obrazu najbardziej wzmocnionego, m_1	94
45. Znormalizowane histogramy liczby przypadków soczewkowanych zjawisk w zależności od separacji kątowej i różnicy w jasności obserwowanych obrazów (przypadek czterech obrazów)	95
46. Znormalizowane histogramy liczby przypadków soczewkowanych zjawisk w zależności od opóźnienia i różnicy w jasności obserwowanych obrazów (przypadek czterech obrazów)	96
47. Wyniki modelowania układu CSWA 21	110
48. Układ CSWA 21 – residua w stosunku do szumu dla trzech różnych filtrów (g, r, i)	111
49. Układ CSWA 21 – korelacje parametrów	112
50. Rozkład stosunków półosi w modelach SIE dla 18 prezentowanych układów	127
51. Stosunek półosi w modelu światła soczewki w funkcji stosunku półosi w modelu masy soczewki	127
52. Rozrzut pomiędzy orientacją rozkładu masy θ_L a orientacją rozkładu światła soczewki θ'_L w funkcji stosunku półosi w modelu SIE, q_L	128
53. Parametr zewnętrznego ścinania γ w funkcji stosunku półosi w modelu SIE, q_L	129
54. Rozkład całkowitych wzmocnień w prezentowanych modelach SIE (w filtrze g)	130
55. Wzmocnienie w filtrze g w funkcji stosunku półosi w modelu masy soczewki	131
56. Rozkład znanych przesunięć ku czerwieni źródeł (13 przypadków)	132
57. Rozkład promieni efektywnych źródeł o profilu Sérsica	133
58. Rozkład indeksów Sérsica dla 18 badanych źródeł	133

Literatura

- Abell, P.A. i in. (2009) *arXiv:astro-ph*, 0912.0201
- Ahn, C.P. i in. (2012) *ApJS*, 203, 21
- Allam, S.S. i in. (2007) *ApJL*, 662, L51
- Altavilla, G. i in. (2012) *Ap&SS*, 66
- Astier, P. i in. (2006) *A&A*, 447, 31
- Auger, M.W. i in. (2011) *MNRAS*, 411, L6
- Barbary, K. i in. (2012) *ApJ*, 745, 32
- Barnabè, M. i Koopmans, L.V.E. (2007) *ApJ*, 666, 726
- Bartelmann, M. i Schneider, P. (2001) *Physics Reports*, 340, 291
- Belokurov, V. i in. (2007) *ApJL*, 671, L9
- Belokurov, V. i in. (2009) *MNRAS*, 392, 104
- Belokurov, V.A. i Evans, N.W. (2003) *MNRAS*, 341, 569
- Bertone, S., De Lucia, G. i Thomas, P.A. (2007) *MNRAS*, 379, 1143
- Bolton, A.S. i in. (2006) *ApJ*, 638, 703
- Bolton, A.S. i in. (2008) *ApJ*, 682, 964
- Bond, I.A. i in. (2001) *MNRAS*, 327, 868
- Botticella, M.T. i in. (2012) *A&A*, 537, A132
- Bramich, D.M. i in. (2008) *MNRAS*, 386, 887
- Carbone, C. i in. (2008) *MNRAS*, 388, 1618
- Choi, Y.Y., Park, C. i Vogeley, M.S. (2007) *ApJ*, 658, 884
- Coe, D. i in. (2006) *AJ*, 132, 926
- Conley, A. i in. (2011) *ApJS*, 192, 1
- Dalal, N. i Kochanek, C.S. (2002) *ApJ*, 572, 25
- De Lucia, G. i Blaizot, J. (2007) *MNRAS*, 375, 2
- Dobler, G. i Keeton, C.R. (2006) *ApJ*, 653, 1391
- Dye, S. i in. (2008) *MNRAS*, 388, 384
- Einstein, A. (1916) *Annalen der Physik*, 354, 769
- Faure, C. i in. (2008) *ApJS*, 176, 19
- Fu, L. i in. (2008) *A&A*, 479, 9
- Gaudi, B.S. i in. (2008) *Science*, 319, 927
- Gavazzi, R. i in. (2012) *ApJ*, 761, 170
- Goobar, A. i in. (2002) *A&A*, 393, 25
- Goobar, A. i in. (2009) *A&A*, 507, 71
- Graur, O. i in. (2011) *MNRAS*, 417, 916
- Gunn, J.E. (1967) *ApJ*, 147, 61
- Han, D.H. i in. (2010) *ApJ*, 724, 502

- Heymans, C. i in. (2012) *MNRAS*, 427, 146
- Hilbert, S. i in. (2009) *A&A*, 499, 31
- Hoekstra, H. i Jain, B. (2008) *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 58, 99
- Hopkins, A.M. i Beacom, J.F. (2006) *ApJ*, 651, 142
- Ivezic, Z. i in. (2008) *arXiv:astro-ph*, 0805.2366
- Jaroszyński, M. i Kostrzewa, Z. (2010) *AcA*, 60, 41
- Jaroszyński, M. i in. (1990) *ApJ*, 365, 22
- Karpenka, N.V. i in. (2012) *arXiv:astro-ph*, 1207.3708
- Kassiola, A. i Kovner, I. (1993) *ApJ*, 417, 450
- Keeton, C.R. (2001) *arXiv:astro-ph*, 0102340
- Keeton, C.R. i Kochanek, C.S. (1997) *ApJ*, 487, 42
- Kochanek, C.S. i Dalal, N. (2004) *ApJ*, 610, 69
- Komatsu, E. i in. (2011) *ApJS*, 192, 18
- Koopmans, L.V.E. i in. (2003) *ApJ*, 599, 70
- Koopmans, L.V.E. i in. (2006) *ApJ*, 649, 599
- Kormann, R., Schneider, P. i Bartelmann, M. (1994) *A&A*, 284, 285
- Kostrzewa–Rutkowska, Z., Wyrzykowski, Ł. i Jaroszyński, M. (2013) *MNRAS*, 429, 2392
- Kratochvil, J.M., Haiman, Z. i May, M. (2010) *Physical Review D*, 81, 4, 043519
- Kubo, J.M. i in. (2009) *ApJL*, 696, L61
- Lewis, G.F. i Ibata, R.A. (2001) *MNRAS*, 324, L25
- Lin, H. i in. (2009) *ApJ*, 699, 1242
- Marshall, P.J. i in. (2007) *ApJ*, 671, 1196
- Navarro, J.F., Frenk, C.S. i White, S.D.M. (1997) *ApJ*, 490, 493
- Newton, E.R. i in. (2011) *ApJ*, 734, 104
- Nugent, P., Kim, A. i Perlmutter, S. (2002) *PASP*, 114, 803
- Oda, T. i in. (2008) *PASJ*, 60, 169
- Oguri, M. i Marshall, P.J. (2010) *MNRAS*, 405, 2579
- Oguri, M. i in. (2012) *MNRAS*, 420, 3213
- Parker, L.C. i in. (2007) *ApJ*, 669, 21
- Peng, C.Y. i in. (2002) *AJ*, 124, 266
- Postman, M. i in. (2012) *ApJS*, 199, 25
- Press, W.H. i in. (2002) *Numerical recipes in C++ : the art of scientific computing*. Cambridge University Press
- Quimby, R.M. i in. (2013) *arXiv:astro-ph*, 1302.2785

- Refsdal, S. (1964) *MNRAS*, 128, 307
- Riehm, T. i in. (2011) *AA*, 536, A94
- Riess, A.G. i in. (1998) *AJ*, 116, 1009
- Rusin, D. i Kochanek, C.S. (2005) *ApJ*, 623, 666
- Saha, P. i Williams, L.L.R. (1997) *MNRAS*, 292, 148
- Schneider, P., Ehlers, J. i Falco, E.E. (1992) *Gravitational Lenses*. Springer-Verlag
- Schneider, P., Kochanek, C.S. i Wambsganss, J. (2006) *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro*. Springer-Verlag
- Schneider, P. i Weiss, A. (1988a) *ApJ*, 327, 526
- Schneider, P. i Weiss, A. (1988b) *ApJ*, 330, 1
- Sérsic, J.L. (1963) *Boletín de la Asociacion Argentina de Astronomia La Plata Argentina*, 6, 41
- Skowron, J. i in. (2011) *ApJ*, 738, 87
- Springel, V. i in. (2005) *Nature*, 435, 629
- Springel, V. i in. (2008) *MNRAS*, 391, 1685
- Stark, D.P. i in. (2013) *arXiv:astro-ph*, 1302.2663
- Sullivan, M. i in. (2011) *ApJ*, 737, 102
- Swinbank, A.M. i in. (2009) *MNRAS*, 400, 1121
- Treu, T. i Koopmans, L.V.E. (2004) *ApJ*, 611, 739
- Treu, T. i in. (2006) *ApJ*, 640, 662
- Udalski, A. (2003) *AA*, 53, 291
- Udalski, A. i in. (2005) *ApJL*, 628, L109
- Vegetti, S., Czoske, O. i Koopmans, L.V.E. (2010) *MNRAS*, 407, 225
- Vegetti, S. i Koopmans, L.V.E. (2009) *MNRAS*, 392, 945
- Walsh, D., Carswell, R.F. i Weymann, R.J. (1979) *Nature*, 279, 381
- Wyrzykowski, Ł. i Hodgkin, S. (2012) *IAU Symposium*, vol. 285, 425
- Wyrzykowski, Ł. i in. (2011) *MNRAS*, 416, 2949
- York, D.G. i in. (2000) *AJ*, 120, 1579
- Yüksel, H. i in. (2008) *ApJL*, 683, L5
- Zwicky, F. (1937) *Phys Rev*, 51, 290